ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ
ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑΣ, ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ Α΄

Ταχ. Δ/νση : **Ανδρέα Παπανδρέου 37**
Τ.Κ. – Πόλη : **15180 – Μαρούσι**
Πληροφορίες : **Ε. Παναγιωτοπούλου,**
Β. Σούρμπης
Ιστοσελίδα : **http://www.minedu.gov.gr**
Email : **deae1@minedu.gov.gr**
Τηλέφωνο : **210 344 2190, 3797, 2577, 2194**

Βαθμός Ασφαλείας:
Να διατηρηθεί μέχρι:
Βαθμός Προτεραιότητας:
ΕΞΑΙΡΕΤΙΚΑ ΕΠΕΙΓΟΝ

Μαρούσι, 07/12/2021
Αρ. Πρωτ: 159265 /Δ3

ΠΡΟΣ :

1) **Συντονιστές Εκπ/κού Έργου (μέσω των Π.Δ.Ε.)**
2) **Δ/νσεις Δ/θμιας Εκπ/σης**
3) **Λύκεια ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ. – Λ (μέσω των Δ.Δ.Ε)**

ΚΟΙΝ:

1) **Περιφερειακές Διευθύνσεις Εκπαίδευσης**
2) **Ι.Ε.Π.**
Αν. Τσόχα 36, 11521 Αθήνα

ΘΕΜΑ: «Διδακτέα Ύλη και Οδηγίες για τη διδασκαλία των μαθημάτων Γενικής Παιδείας της Α΄, Β΄, Γ΄ και Δ΄ τάξης του Λυκείου των Ενιαίων Ειδικών Επαγγελματικών Γυμνασίων – Λυκείων (ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ. - Λ.) για το σχ. έτος 2021-2022».

Μετά από τις σχετικές εισηγήσεις του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Πράξεις 13/11-03-2020, 25/21-05-2020, 45/17-09-2020 και 46/24-09-2020 και 47/01-10-2020, 43/26-08-2021, 44/02-09-2021, 48/23-09-2021 και **64/25-11-2021** του Δ.Σ. του Ι.Ε.Π.), σας αποστέλλουμε τη διδακτέα ύλη και τις οδηγίες για τη διδασκαλία των μαθημάτων **Γενικής Παιδείας** της **Α΄, Β΄, Γ΄ και Δ΄ τάξης του Λυκείου των Ενιαίων Ειδικών Επαγγελματικών Γυμνασίων – Λυκείων (ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ. - Λ.)** για το σχολικό έτος **2021-2022**.

Α΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.			
α/α	ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ		ΩΡΕΣ
1	ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ		4
2	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΑΛΓΕΒΡΑ	3
		ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	1
3	ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ	ΦΥΣΙΚΗ	2
		ΧΗΜΕΙΑ	1
		ΒΙΟΛΟΓΙΑ	1
4	ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ (διακριτά διδακτέα αντικείμενα Οικονομία, Πολιτικοί Θεσμοί και Αρχές Δικαίου και Κοινωνιολογία)		1
5	ΙΣΤΟΡΙΑ		1
6	ΘΡΗΣΚΕΥΤΙΚΑ		1
7	ΦΥΣΙΚΗ ΑΓΩΓΗ		1
8	ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ		2

Β΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.			
α/α	ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ		ΩΡΕΣ
1	ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ		3
2	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΑΛΓΕΒΡΑ	2
		ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	1
3	ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ	ΦΥΣΙΚΗ	1
		ΧΗΜΕΙΑ	1
4	ΦΥΣΙΚΗ ΑΓΩΓΗ		1
5	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ Η/Υ		1
6	ΣΕΠ ΑΣΦΑΛΕΙΑ ΚΑΙ ΥΓΕΙΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ		2

Γ΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.			
α/α	ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ		ΩΡΕΣ
1	ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ		3
2	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΑΛΓΕΒΡΑ	2
		ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	1
3	ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ	ΦΥΣΙΚΗ	1
		ΧΗΜΕΙΑ	1
4	ΦΥΣΙΚΗ ΑΓΩΓΗ		2
5	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ Η/Υ		1

Δ΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.			
α/α	ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ		ΩΡΕΣ
1	ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ		3
2	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΑΛΓΕΒΡΑ	2
		ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	1
3	ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ	ΦΥΣΙΚΗ	2
		ΧΗΜΕΙΑ	-----
4	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ Η/Υ		1

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΒΙΒΛΙΟ 2021-2022

«Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου» των Ανδρεαδάκη Σ., Κατσαργύρη Β., Παπασταυρίδη Σ., Πολύζου Γ., Σβέρκου Α., Αδαμόπουλου Λ., Δαμιανού Χ.

Διδακτέα Ύλη

Εισαγωγικό κεφάλαιο

Ε.2 Σύνολα

Κεφ.2ο: Οι Πραγματικοί Αριθμοί

2.1 Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους

2.2 Διάταξη Πραγματικών Αριθμών (εκτός της απόδειξης της ιδιότητας 4)

2.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού

2.4 Ρίζες Πραγματικών Αριθμών (εκτός των ιδιοτήτων 3 και 4)

Κεφ.3ο: Εξισώσεις

3.1 Εξισώσεις 1ου Βαθμού

3.2 Η Εξίσωση $x^{\nu} = \alpha$

3.3 Εξισώσεις 2ου Βαθμού (χωρίς τις αποδείξεις)

Κεφ.4ο: Ανισώσεις

4.1 Ανισώσεις 1ου Βαθμού

4.2 Ανισώσεις 2ου Βαθμού

Κεφ.5ο: Πρόοδοι

5.1 Ακολουθίες

5.2 Αριθμητική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου)

5.3 Γεωμετρική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων γεωμετρικής προόδου)

Κεφ.6ο: Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων

6.1 Η Έννοια της Συνάρτησης

6.2 Γραφική Παράσταση Συνάρτησης (χωρίς την απόσταση σημείων)

6.3 Η Συνάρτηση f(x)= αx+β

Οδηγίες διδασκαλίας

Το μάθημα «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων» περιέχει σημαντικές μαθηματικές έννοιες, όπως, της απόλυτης τιμής, των προόδων, της συνάρτησης κ.ά., οι οποίες αφενός είναι απαραίτητα στοιχεία της μαθηματικής εκπαίδευσης του σημερινού πολίτη και αφετέρου συνδέονται με στοιχεία της επαγγελματικής εκπαίδευσης. Οι μαθητές/ήτριες έχουν έρθει σε μια πρώτη επαφή με αυτές τις έννοιες σε προηγούμενες τάξεις. Στην Α΄ τάξη του ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ. θα τις αντιμετωπίσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης, το οποίο δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες στους/στις μαθητές/ήτριες. Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών προτείνεται να αφιερωθεί ικανός χρόνος στην εμπέδωση των νέων εννοιών, μέσα από την ανάπτυξη και σύνδεση πολλαπλών αναπαραστάσεών τους και τη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων. Η σύνδεση με προβλήματα, φαινόμενα και καταστάσεις που έρχονται από το χώρο της επαγγελματικής εκπαίδευσης (πχ. φαινόμενα που περιλαμβάνουν μεγέθη που συμμεταβάλλονται για τη συζήτηση των συναρτήσεων) μπορεί να βοηθούν στην απόδοση νοήματος στις μαθηματικές έννοιες και τις διαδικασίες. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις (αλγεβρική παράσταση, γράφημα, πίνακας αριθμητικών τιμών, λεκτικές διατυπώσεις) και η σύνδεσή τους μπορούν υποστηριχθούν από ψηφιακά περιβάλλοντα, με τη βοήθεια των οποίων οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε ουσιαστικές μαθηματικές δραστηριότητες. Μέσα από τη διερεύνηση ομοιοτήτων και διαφορών - για παράδειγμα η συσχέτιση των διαδικασιών επίλυσης ή της μορφής των λύσεων εξισώσεων και ανισώσεων, η συσχέτιση ορισμένων ιδιοτήτων των ριζών και των αποδείξεών τους με αντίστοιχες των απολύτων τιμών - οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα τις σχετικές έννοιες και διαδικασίες.

[Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.]

Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη **(πανδημία Covid-19)**, προτείνονται τα παρακάτω:

Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του/της ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος για τη συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/ήτρια. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Γενικά, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη:

- στη σύνδεση της παραγοντοποίησης με την επίλυση εξισώσεων
- στην έννοια της εξίσωσης δευτέρου βαθμού και στις διαδικασίες επίλυσής της
- στην έννοια της ανίσωσης πρώτου βαθμού και στις διαδικασίες επίλυσής της
- στην έννοια του γραμμικού συστήματος και στην επίλυσή του (γραφική και αλγεβρική)

Σχετικά με τα τρία πρώτα σημεία θα μπορούσε να δοθεί ο απαραίτητος χρόνος κατά τη συζήτηση στην τάξη των αντίστοιχων ενοτήτων (κεφάλαια 3 και 4) της Άλγεβρας Α' Λυκείου. Για το τέταρτο, προτείνεται στην αρχή του σχολικού έτους να αφιερωθούν 4 ώρες για τη διδασκαλία της έννοιας του γραμμικού συστήματος και της επίλυσής του, εφόσον αυτά είναι χρήσιμα τόσο σε άλλα αντικείμενα, όσο και στα ίδια τα μαθηματικά. Με αφορμή την αλγεβρική επίλυση συστήματος προτείνεται να συζητηθούν και θέματα πράξεων απλών πολυωνύμων και επίλυσης εξισώσεων πρώτου βαθμού.

Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/τριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλη της προηγούμενης τάξης (Γ' Γυμνασίου).

Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες.

Εισαγωγικό Κεφάλαιο
(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/ήτριες διαπραγματεύονται την έννοια του συνόλου καθώς και σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων. Ειδικότερα:

Όσον αφορά στην **§Ε.1,** αυτή να μη διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha\cdot\beta\neq 0 \Leftrightarrow \alpha\neq 0 \ \ \kappa\alpha\iota \ \ \beta\neq 0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

§Ε.2 Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

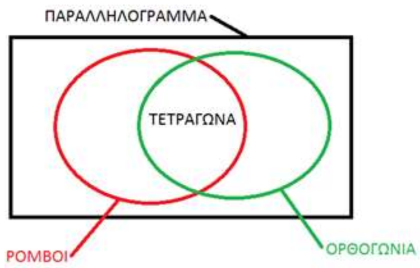
Οι μαθητές/ήτριες αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά με συστηματικό τρόπο την έννοια του συνόλου και των σχέσεων και πράξεων μεταξύ συνόλων. Επειδή η έννοια του συνόλου είναι πρωταρχική, δηλαδή δεν ορίζεται, χρειάζεται να τονιστούν οι προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μια συλλογή αντικειμένων σύνολο μέσα από κατάλληλα παραδείγματα και αντιπαραδείγματα (π.χ. το σύνολο που αποτελείται από τα θρανία και τους μαθητές της τάξης, το «σύνολο» των ψηλών μαθητών της τάξης).

Η αναπαράσταση συνόλων, σχέσεων και πράξεων αυτών καθώς και η μετάβαση από τη μία αναπαράσταση στην άλλη, μπορούν να υποστηρίξουν την κατανόηση της έννοιας του συνόλου.

Οι πράξεις μεταξύ συνόλων είναι ένα πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές/ήτριες μπορούν να δώσουν νόημα στους συνδέσμους «ή» και «και». Ειδικά, όσον αφορά στο σύνδεσμο «ή», να επισημανθεί η διαφορετική του σημασία στα Μαθηματικά από εκείνη της αποκλειστικής διάζευξης που του αποδίδεται συνήθως στην καθημερινή χρήση του.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>

Χρησιμοποιείστε τα διαγράμματα Venn για να αναπαραστήσετε τις σχέσεις μεταξύ παραλληλογράμμων, ορθογωνίων, τετραγώνων και ρόμβων.



[Σχόλιο: Από το διάγραμμα μπορούν οι μαθητές να διαπιστώσουν ακόμα ότι:

- Όλα τα τετράγωνα είναι ορθογώνια, ενώ όλα τα ορθογώνια δεν είναι τετράγωνα.
- Όλα τα τετράγωνα είναι ρόμβοι, αλλά όλοι οι ρόμβοι δεν είναι τετράγωνα.
- Όλοι οι ρόμβοι είναι παραλληλόγραμμα, αλλά όλα τα παραλληλόγραμμα δεν είναι ρόμβοι ...

Επισημαίνεται ότι στόχος της διδασκαλίας της συγκεκριμένης ενότητας είναι να υποστηρίξει τις έννοιες και διαδικασίες που συναντώνται σε επόμενες ενότητες (πχ, στην επίλυση ανισώσεων και στις συναρτήσεις). Επομένως, αναμένεται οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν τις έννοιες των συνόλων και των πράξεών τους στο πλαίσιο εννοιών και διαδικασιών των επόμενων κεφαλαίων.

Κεφάλαιο 2ο

(Προτείνεται να διατεθούν 21 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/ήτριες επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν στις ιδιότητες του συνόλου των πραγματικών αριθμών με στόχο να βελτιώσουν την κατανόηση της δομής του. Με στόχους την εξομάλυνση της μετάβασης από το Γυμνάσιο στο Λύκειο και την συμπλήρωση πιθανών κενών λόγω των συνθηκών των δύο τελευταίων χρόνων προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος για την δημιουργία αλγεβρικών παραστάσεων που «μοντελοποιούν» ρεαλιστικές καταστάσεις και για την επανάληψη στοιχείων αλγεβρικού λογισμού (πράξεις πολυωνύμων, παραγοντοποίηση). Ωστόσο, σε μια επανάληψη με αυτούς τους στόχους δεν συμπεριλαμβάνεται η εξάσκηση σε πολύπλοκους χειρισμούς, και η ενασχόληση με ασκήσεις που η πολυπλοκότητα και δυσκολία τους υπερβαίνει εκείνες των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου. Ειδικότερα:

§2.1 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Οι μαθητές/ήτριες συναντούν δυσκολίες στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους και γενικότερα στην ταξινόμηση των πραγματικών αριθμών σε φυσικούς, ακέραιους ρητούς και άρρητους. Προτείνεται η ανάπτυξη δραστηριοτήτων που αναδεικνύουν την αξία του υπολογισμού μιας αλγεβρικής παράστασης μέσα από προβλήματα που προέρχονται από τα μαθησιακά αντικείμενα των ειδικοτήτων. Για παράδειγμα, ο νόμος του Ohm I=V/R από τον Τομέα Ηλεκτρολογίας, η σχέση Καθαρή Πρόσοδος = Τόκοι + ενοίκιο εδάφους + κέρδος από τον Τομέα Γεωπονίας κλπ.

Σημαντικό για τον αλγεβρικό λογισμό είναι οι μαθητές/ήτριες να κατανοήσουν τις ιδιότητες των πράξεων. Σε αυτό θα βοηθήσει η λεκτική διατύπωση και η διερεύνηση των ιδιοτήτων καθώς και η αναγνώριση της σημασίας της ισοδυναμίας, της συνεπαγωγής και των συνδέσμων «ή» και «και», με ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες: $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \;\; ή \;\; \beta \neq 0$, $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \;\; και \;\; \beta \neq 0$. Η συζήτηση και απόδοση νοήματος στην έννοια της ισοδυναμίας δύο σχέσεων και στη χρήση του αντίστοιχου συμβόλου χρειάζεται να επαναλαμβάνεται εκεί που αυτά εμφανίζονται, διότι, όπως πολλές έννοιες, δεν αναμένεται να κατακτιέται οριστικά από τους/τις μαθητές/ήτριες με την πρώτη φορά.

§2.2 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην έννοια της ανισοτικής σχέσης, στην αιτιολόγηση απλών σχέσεων και στην απόδειξη σχέσεων από άλλες (πχ. ασκήσεις 1, 2, 3, 4 Α΄ Ομάδας). Επίσης, προτείνεται να συζητηθούν οι ομοιότητες και διαφορές των ιδιοτήτων της ισότητας και της ανισότητας, με έμφαση στις ισοδυναμίες: $\alpha^2+\beta^2=0 \Leftrightarrow \alpha=0$ **και** $\beta=0$, ενώ $\alpha^2+\beta^2>0 \Leftrightarrow \alpha\neq0$ **ή** $\beta\neq0$ και στα σχόλια της παραγράφου.

§2.3 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Οι μαθητές/ήτριες έχουν αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, την απόλυτη τιμή ενός αριθμού ως την απόστασή του από το μηδέν στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Στην ενότητα αυτή δίνεται ο τυπικός ορισμός της απόλυτης τιμής και αποδεικνύονται οι βασικές ιδιότητές της. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη γεωμετρική προσέγγιση της απόλυτης τιμής ως απόστασης.

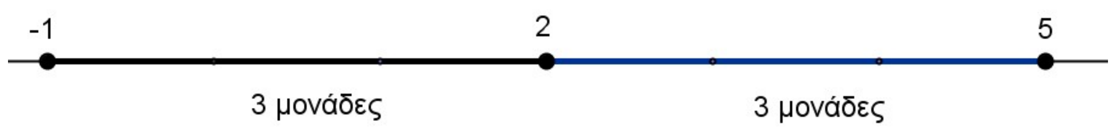
Η γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δύο αριθμών είναι σημαντική, γιατί βοηθά τους/τις μαθητές/ήτριες να αποδώσουν νόημα στην έννοια. Η σύνδεση, όμως, της αλγεβρικής σχέσης και της γεωμετρικής της αναπαράστασης δεν είναι κάτι που γίνεται εύκολα από τους/τις μαθητές/ήτριες. Για τον σκοπό αυτό προτείνεται οι αποδείξεις των ιδιοτήτων να γίνουν όχι με ύψωση στο τετράγωνο, αλλά διακρίνοντας περιπτώσεις με χρήση της αριθμογραμμής (πχ η απόδειξη της $|\alpha+\beta|\leq|\alpha|+|\beta|$ μπορεί να γίνει διακρίνοντας περιπτώσεις για τα α και β).

Να μη διδαχθούν, στη γενική τους μορφή, οι:

$|x-x_0|<\rho \Leftrightarrow x\in(x_0-\rho, x_0+\rho) \Leftrightarrow x_0-\rho<x<x_0+\rho$, και

$|x-x_0|>\rho \Leftrightarrow x\in(-\infty, x_0-\rho)\cup(x_0+\rho,+\infty) \Leftrightarrow x<x_0-\rho \;\; ή \;\; x>x_0+\rho$

επειδή είναι πολύ δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τους μαθητές/ήτριες σ' αυτή τη φάση της αλγεβρικής τους εμπειρίας. Ομοίως να μη διδαχθεί η έννοια του κέντρου και της ακτίνας διαστήματος. Αντίθετα, οι μαθητές/ήτριες μπορούν να ασχοληθούν με τα παραπάνω μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα (π.χ. η ανίσωση $|x-2|<3$ σημαίνει: «ποιοι είναι οι αριθμοί που απέχουν από το 2 απόσταση μικρότερη του 3;» δηλ. $|x-2|<3 \Leftrightarrow d(x,2)<3 \Leftrightarrow -1<x<5$).



Προτείνεται, όμως, να γίνει διαπραγμάτευση των σχέσεων $|x|<\rho \Leftrightarrow -\rho<x<\rho$ και $|x|>\rho \Leftrightarrow x<-\rho \;\; ή \;\; x>\rho$. Η άσκηση 7 της Α' Ομάδας μπορεί να υποστηρίξει την παραπάνω προσέγγιση.

§2.4 Προτείνεται να διατεθούν 3 ώρες

Οι μαθητές/ήτριες έχουν ήδη αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, τις τετραγωνικές ρίζες και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη καθώς και τις ιδιότητες αυτών. Στην ενότητα αυτή γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα και στη δύναμη με ρητό εκθέτη. Να μη διδαχθούν οι ιδιότητες 3 και 4 (δηλαδή οι $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}}=\sqrt[\mu\cdot\nu]{\alpha}$ και $\sqrt[\nu\cdot\rho]{\alpha^{\mu\cdot\rho}}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$) εφόσον καλύπτονται πλήρως από τη χρήση των δυνάμεων με ρητό εκθέτη και μάλιστα με μικρότερες δυσκολίες χειρισμών.

Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων, που υποστηρίζουν την κατανόηση των εννοιών και την εφαρμογή απλών διαδικασιών υπολογισμού και απλοποίησης, όπως οι 1 έως 4, και 9 της Α΄ ομάδας του βιβλίου και παρόμοιες.

Κεφάλαιο 3^{ο}

(Προτείνεται να διατεθούν 14 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/ήτριες μελετούν συστηματικά και διερευνούν εξισώσεις 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού. Ως ιδιαίτερη περίπτωση εξετάζεται η εξίσωση $x^{\nu}=\alpha$. Ειδικότερα:

§3.1 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Οι μαθητές/ήτριες, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση εξισώσεων της μορφής $\alpha x+\beta=0$, της οποίας οι συντελεστές α και β είναι συγκεκριμένοι αριθμοί. Εδώ προτείνεται να επαναδιαπραγματευτούν τις ιδιότητες της ισότητας στις οποίες στηρίζεται η επίλυση εξισώσεων και να συνδέσουν την επίλυση εξισώσεων με την επίλυση απλών προβλημάτων που προέρχονται από άλλα μαθήματα των τομέων. Η μετάβαση από την επίλυση μιας απλής μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής $\alpha x+\beta=0$ είναι δύσκολη, για δυο κυρίως λόγους: α) είναι δύσκολος ο διαχωρισμός της έννοιας της παραμέτρου από την έννοια της μεταβλητής και β) δεν είναι οι μαθητές/ήτριες εξοικειωμένοι με τη διαδικασία της διερεύνησης γενικά.

Για τον λόγο αυτό, προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου σε μια παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού μέσα από τη διαπραγμάτευση της παραμετρικής εξίσωσης που περιλαμβάνεται σχόλιο της §3.1. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/ήτριες να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του λ (π.χ. λ=2, λ=5, λ=1, λ=-1) και στη συνέχεια να προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου λ. Προτείνεται, επίσης, προς διαπραγμάτευση η παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο τιμοκατάλογος των TAXI στην Αθήνα περιλαμβάνει 1,19€ για την εκκίνηση και 0,68€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής, ενώ στα νησιά του Αιγαίου περιλαμβάνει 1,14€ για την εκκίνηση και 0,65€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής.

α) Να βρείτε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με TAXI ένας επιβάτης στην Αθήνα, αν διαθέτει 10€.

β) Να βρείτε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με TAXI ένας επιβάτης σε νησί του Αιγαίου, αν διαθέτει 10€.

γ) Αν στους νομούς της Θεσσαλίας η χρέωση για το TAXI περιλαμβάνει 2λ€ για την εκκίνηση και λ€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής, να βρείτε σε σχέση με το λ την απόσταση που μπορεί να διανύσει ένας επιβάτης αν διαθέτει 10 €. Αν στο νομό Λαρίσης η χρέωση ανά χιλιόμετρο διαδρομής είναι 0,60€ και στο νομό Μαγνησίας 0,62€, να υπολογίσετε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με TAXI ένας επιβάτης που διαθέτει 10€.

Για την καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση σε εξισώσεις, όπως η $|x-5|=-3$, την οποία δύσκολα χαρακτηρίζουν οι μαθητές/ήτριες από την αρχή ως αδύνατη. Τέλος, όσον αφορά τις εξισώσεις που ανάγονται σε πρωτοβάθμιες, προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών μόνο εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 1ου βαθμού (όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 11 της Α’ Ομάδας), με στόχο να αναδειχθεί η σύνδεση της παραγοντοποίησης με την επίλυση εξίσωσης.

§3.2 Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

Η επίλυση εξισώσεων της μορφής $x^{\nu}=\alpha$ να περιοριστεί σε απλές εξισώσεις.

§3.3 Προτείνεται να διατεθούν 7 ώρες

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην αναγνώριση της ύπαρξης ριζών και του πλήθους τους από το πρόσημο της Διακρίνουσας, καθώς και στην επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τον τύπο λύσεων. Πολύ απλές εξισώσεις με παράμετρο μπορεί να συζητηθούν, με στόχο να αναδειχθεί ο ρόλος της παραμέτρου στο πρόσημο της Διακρίνουσας και άρα στο πλήθος των ριζών. Η αντικατάσταση αριθμών στη θέση της παραμέτρου μπορεί να υποστηρίξει την απόδοση νοήματος στην παράμετρο. Επίσης, προτείνεται η επίλυση απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 2ου βαθμού (όπως τα παραδείγματα 1 και 3) και να δοθεί έμφαση στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων 2ου βαθμού.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

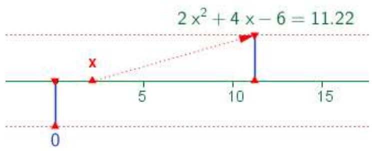
Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου μιας χώρας κάθε ομάδα έδωσε με όλες τις υπόλοιπες ομάδες δυο αγώνες (εντός και εκτός έδρας). Αν έγιναν συνολικά 240 αγώνες, πόσες ήταν οι ομάδες που συμμετείχαν στο πρωτάθλημα;

Οι τύποι του Vieta επιτρέπουν στους/στις μαθητές/ήτριες είτε να κατασκευάσουν μια εξίσωση 2ου βαθμού με δεδομένο το άθροισμα και το γινόμενο ριζών της είτε να προσδιορίσουν απευθείας τις ρίζες της (βρίσκοντας δυο αριθμούς που να έχουν άθροισμα S και γινόμενο P). Πέραν των παραπάνω στόχων, η χρήση των τύπων του Vieta σε ασκήσεις με πολύπλοκους αλγεβρικούς χειρισμούς ξεφεύγει από το πνεύμα της διδασκαλίας και δεν προσφέρει στη μαθηματική σκέψη των μαθητών/ριών.

Η επίλυση ασκήσεων με παραμετρικές εξισώσεις 2ου βαθμού προτείνεται να εστιάζει στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου. Για αυτό η προτεραιότητα εδώ θα πρέπει να είναι εννοιολογική και όχι μεθοδολογική, δηλαδή να αναδεικνύει ότι μια εξίσωση με παράμετρο είναι πολλές εξισώσεις οι οποίες μπορεί να μελετηθούν μαζί. Μια τέτοια προσέγγιση μπορεί να υποστηριχτεί με την αντικατάσταση αριθμών στη θέση της παραμέτρου. Δεν προτείνεται η επίλυση ασκήσεων από τη Β' Ομάδα.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Το μικροπείραμα «Επίλυση εξισώσεων 2ου βαθμού με τη βοήθεια τύπου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την



κατανόηση της αλγεβρικής και γραφικής προσέγγισης των λύσεων μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού και επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια του τύπου.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2132

Κεφάλαιο 4ο

(Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/ήτριες μελετούν συστηματικά και διερευνούν ανισώσεις 1ου και 2ου βαθμού Ειδικότερα:

§4.1 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Οι μαθητές/ήτριες, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση ανισώσεων 1ου βαθμού με συγκεκριμένους συντελεστές. Στο πλαίσιο αυτής της τάξης, καταρχάς θα πρέπει να γίνει μια επαναδιαπραγμάτευση της έννοιας της ανίσωσης και της λύσης της, μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα ανισώσεων και την εξέταση αν συγκεκριμένοι αριθμοί είναι λύσεις ή όχι. Εκτός από τη χρήση της αριθμογραμμής, για την απεικόνιση του συνόλου λύσεων μιας ανίσωσης, προτείνεται να δοθεί έμφαση και στη χρήση των διαστημάτων των πραγματικών αριθμών, ως εφαρμογή της αντίστοιχης υποπαραγράφου της §2.2. Να συζητηθούν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στην εξίσωση και την ανίσωση, ως προς τη διαδικασία της επίλυσης τους και το σύνολο των λύσεών τους.

Για την καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να λυθούν από τους μαθητές και ανισώσεις όπως οι $|x-5|<-3$ και $|x-5|>-3$, των οποίων τη λύση, αν και προκύπτει από απλή παρατήρηση, δεν την αναγνωρίζουν άμεσα οι μαθητές/ήτριες. Προτείνεται επίσης να δοθεί προτεραιότητα στη μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 1ου βαθμού, όπως για παράδειγμα η άσκηση 11 της Α΄ Ομάδας και οι ασκήσεις 3 και 4 της Β΄ Ομάδας.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>

Η Ειρήνη παρατηρεί ότι κάθε φορά που ο σκύλος της γαβγίζει τη νύχτα ξυπνάει και χάνει 15 λεπτά ύπνου. Το προηγούμενο βράδυ κοιμήθηκε λιγότερο από 5 ώρες, ενώ συνήθως (αν δεν γαβγίσει ο σκύλος) κοιμάται 8 ώρες το βράδυ.

α) Πόσες φορές μπορεί να ξύπνησε το προηγούμενο βράδυ η Ειρήνη;

β) Μπορεί να την ξύπνησε το γάβγισμα 33 φορές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

§4.2 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

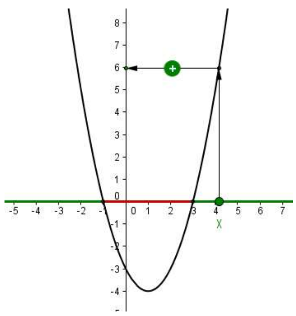
Η διαπραγμάτευση ανισώσεων 2ου βαθμού γίνεται για πρώτη φορά στην Α΄ Λυκείου. Στον προσδιορισμό του πρόσημου του τριωνύμου, παρατηρείται συχνά οι μαθητές/ήτριες να παραβλέπουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου ή να συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου (π.χ. όταν Δ<0, θεωρούν ότι και το τριώνυμο παίρνει αρνητικές τιμές). Προτείνεται να μη δοθεί έμφαση στις αποδείξεις της παραγράφου και να συζητηθούν μόνο ασκήσεις από την Α' Ομάδα

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1:</u>

Ποιοι πραγματικοί αριθμοί είναι μεγαλύτεροι από το τετράγωνό τους; Ποιοι είναι μεγαλύτεροι κατά 1 από το τετράγωνό τους;

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>

Το μικροπείραμα «Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, παρά το ότι εμπλέκει τη γραφική παράσταση του τριωνύμου, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, ώστε ο/η



μαθητής/ήτρια να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της περιοχής που πρέπει να κινείται η τιμή της μεταβλητής χ, ώστε το τριώνυμο να παίρνει θετική ή αρνητική τιμή. Παράλληλα μαθαίνει για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης αλγεβρικών σχέσεων.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1752

Κεφάλαιο 5ο

(Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/ήτριες εισάγονται στην έννοια της ακολουθίας πραγματικών αριθμών και μελετούν περιπτώσεις ακολουθιών που εμφανίζουν κάποιες ειδικές μορφές κανονικότητας, την αριθμητική και τη γεωμετρική πρόοδο. Ειδικότερα:

§5.1 Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

Το εισαγωγικό παράδειγμα της παραγράφου φέρνει τους/τις μαθητές/ήτριες σε επαφή με την έννοια της ακολουθίας μέσα από μία κατάσταση της καθημερινής ζωής. Επειδή μέσα από τέτοιες καταστάσεις οι μαθηματικές έννοιες αποκτούν νόημα για τους/τις μαθητές/ήτριες προτείνεται η διαπραγμάτευση του παραδείγματος στην τάξη.

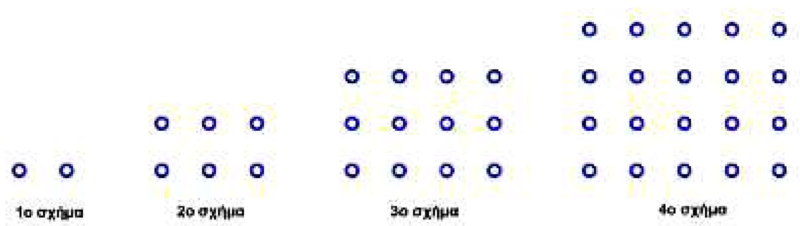
Να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση της ακολουθίας ως αντιστοιχίας των φυσικών στους πραγματικούς αριθμούς και στην εξοικείωση των μαθητών/ητριών με το συμβολισμό (π.χ. ότι ο φυσικός αριθμός 1, μέσω μιας ακολουθίας α_ν, αντιστοιχεί στον πραγματικό αριθμό α_1 που αποτελεί τον πρώτο όρο της ακολουθίας αυτής), δεδομένου ότι αυτός δυσκολεύει τους/τις μαθητές/ήτριες. Αυτή η διαδικασία μπορεί να υποστηριχτεί με την αξιοποίηση πινάκων τιμών όπως του παραδείγματος της σελίδας 121.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

i) Ποιον κανόνα πρέπει να εφαρμόσουμε για να υπολογίσουμε από πόσα σημεία θα αποτελείται το 7ο σχήμα;

ii) Από πόσα σημεία θα αποτελείται το 27ο σχήμα **;**

§5.2 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες



Αρχικά οι μαθητές/ήτριες χρειάζεται να μπορούν να αναγνωρίσουν με βάση τον ορισμό αν μια συγκεκριμένη ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος (π.χ. η άσκηση 12 της Α'' Ομάδας). Στη συνέχεια, να προσδιορίζουν το ν-οστό όρο με τρόπο τέτοιο που να τους βοηθά να αντιληφθούν κανονικότητες, οι οποίες μπορούν να τους οδηγήσουν στα γενικά συμπεράσματα. Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων (όπως οι ασκήσεις 12 της Α΄ Ομάδας και 9 και 12 της Β΄ Ομάδας) συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση της έννοιας της αριθμητικής προόδου.

Η απόδειξη του τύπου για το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου δεν θα διδαχθεί.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Το μικροπείραμα «Ας φτιάξουμε μια σκάλα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά ώστε ο μαθητής να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην κατανόηση των εννοιών της αριθμητικής προόδου.

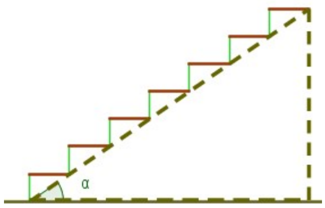
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5155

§5.3 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

Η διαπραγμάτευση της έννοιας της γεωμετρικής προόδου προτείνεται να γίνει κατ' αντιστοιχία με την έννοια της αριθμητικής προόδου. Προτείνεται η παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα και η αξιοποίησή της ώστε να αντιληφθούν οι μαθητές/ήτριες κανονικότητες που θα τους οδηγήσουν στην εύρεση του νιοστού όρου γεωμετρικής προόδου.

Η απόδειξη του τύπου για το άθροισμα των ν πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου δεν θα διδαχθεί.

Ενδεικτική δραστηριότητα:



Την ημέρα που η Μαρία γιόρταζε τα 12α γενέθλιά της, η γιαγιά της, της έδωσε 50 ευρώ και της είπε ότι μέχρι να γιορτάσει τα 21α γενέθλιά της θα της αύξανε κάθε χρόνο το ποσό του δώρου της κατά 10 ευρώ. Ο παππούς της Μαρίας της έδωσε 5 ευρώ και της είπε ότι μέχρι να γιορτάσει τα 21α γενέθλιά της θα της διπλασίαζε κάθε χρόνο, το προηγούμενο ποσό του δώρου του. Η Μαρία δυσαρεστήθηκε με την πρόταση του παππού της. Είχε δίκιο; Πόσα χρήματα θα είναι το δώρο της, στα 15α και στα 21α γενέθλια της, από τον παππού της και πόσα από τη γιαγιά της;

Κεφάλαιο 6ο

(Προτείνεται να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές/ήτριες, στο Γυμνάσιο, έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης, κυρίως με εμπειρικό τρόπο, και έχουν διερευνήσει στοιχειωδώς συγκεκριμένες συναρτήσεις. Στην Α' ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ. μελετούν την έννοια της συνάρτησης και τις αναπαραστάσεις της με πιο συστηματικό τρόπο. Σε πολλούς/ές μαθητές/ήτριες δημιουργούνται παρανοήσεις και ελλιπείς εικόνες σχετικά με την έννοια αυτή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν προβλήματα στην αναγνώριση μιας συνάρτησης, καθώς και να μη μπορούν να χειριστούν με ευελιξία διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας συνάρτησης (π.χ. πίνακας τιμών, αλγεβρικός τύπος, γραφική παράσταση). Για το λόγο αυτό θα πρέπει οι μαθητές/ήτριες, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να ερμηνεύουν τις αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης καθώς και να εντοπίζουν πλεονεκτήματα και (ενδεχομένως) μειονεκτήματα καθεμιάς εξ αυτών. Η εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών/ητριών με επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων για την εύρεση του πεδίου ορισμού δεν βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης και δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.

Ειδικότερα:

§6.1 - §6.2 Προτείνεται να διατεθούν 7 ώρες

Προτείνεται να δοθούν αρχικά συγκεκριμένα παραδείγματα μοντελοποίησης καταστάσεων που προέρχονται από αντικείμενα των τομέων, ώστε να αναδειχθεί η σημασία της έννοιας της συνάρτησης για τις εφαρμογές, και στη συνέχεια να ακολουθήσει ο τυπικός ορισμός. Η σύνδεση διαφορετικών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης (τύπος, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση) μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση των εννοιών. Η ερμηνεία μιας δεδομένης γραφικής παράστασης για την επίλυση ενός προβλήματος, η αξιοποίηση ενός γραφήματος για την άντληση πληροφοριών για ένα φαινόμενο και, αντιστρόφως, η δημιουργία μιας γραφικής παράστασης για την παρουσίαση ενός φαινομένου μπορούν να συμβάλλουν στην νοηματοδότηση εννοιών και διαδικασιών. Ομοίως, η γραφική

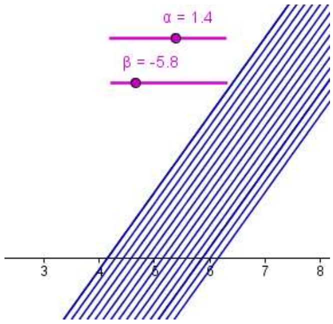
επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων (για παράδειγμα, όταν δίνονται μόνο τα γραφήματα) και η γεωμετρική ερμηνεία αλγεβρικών συμπερασμάτων (όπως, για παράδειγμα, η γεωμετρική ερμηνεία της ύπαρξης ή μη λύσεων μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης) είναι σημαντικές ενδομαθηματικές συνδέσεις.
Επισημαίνεται ότι δεν θα διδαχθεί η εφαρμογή της σελίδας 155 (εξίσωση κύκλου).

§6.3 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

Οι μαθητές/ήτριες έχουν διαπραγματευθεί τη γραφική παράσταση της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ στο Γυμνάσιο. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση του ρόλου των παραμέτρων α και β στη γραφική παράσταση της $f(x) = \alpha x + \beta$, ώστε να προκύψουν οι σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο (πότε είναι παράλληλες μεταξύ τους, πότε ταυτίζονται, πότε τέμνουν τον άξονα y'y στο ίδιο σημείο).
Επίσης προτείνεται, αφού οι μαθητές/ήτριες παρατηρήσουν (με χρήση της γραφικής παράστασης και του πίνακα τιμών συγκεκριμένων συναρτήσεων) πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν μεταβάλλεται η ανεξάρτητη μεταβλητή, να διερευνήσουν το ρόλο της παραμέτρου α. Η κλήση ευθείας ως λόγος μεταβολής βοηθά τους/τις μαθητές/ήτριες να συνδέσουν τον συντελεστή διεύθυνσης με τη συγκεκριμένη γωνία ω (όπως στο τρίγωνο ΑΚΒ του σχήματος που περιλαμβάνεται στη θεωρία αυτής της παραγράφου).Προτείνεται, τα παραπάνω να συνδέονται κάθε φορά με συγκεκριμένα παραδείγματα. Για παράδειγμα, με δεδομένο ότι σε κάποιο ταξί το κόστος του χλμ είναι 0,6€ και η σημαία είναι 2,4€, οι μαθητές μπορούν να προσεγγίσουν γεωμετρικά τον ρόλο του 0,6 στην ευθεία y=0,6x+2,4 ως τη μεταβολή του y όταν αυξηθεί κατά 1 το x.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>

Το μικροπείραμα «Ο ρόλος των συντελεστών στην $y = \alpha x + \beta$» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για την εισαγωγή στη συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$ μέσω της διερεύνησης του ρόλου κάθε συντελεστή στο σχηματισμό της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ και ερμηνείας της σχέσης των μελών της κάθε μιας από τις δυο οικογένειες ευθειών, για α σταθερό και β μεταβαλλόμενο και αντίστροφα.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1774

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΒΙΒΛΙΟ 2021-2022

«Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ ΓΕΛ Τεύχος Α΄» των Αργυρόπουλου Η., Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάτη Σ., Σίδερη Π.

Διδακτέα Ύλη

Κεφ. 3ο: Τρίγωνα

3.1. Είδη και στοιχεία τριγώνων
3.2. 1ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.3. 2ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.4. 3ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.5. Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.6. Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων I και II)
3.7. Κύκλος - Μεσοκάθετος - Διχοτόμος
3.10. Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.11. Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.12. Τριγωνική ανισότητα (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.13. Κάθετες και πλάγιες (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος II)
3.14. Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος I)
3.15. Εφαπτόμενα τμήματα
3.16. Σχετικές θέσεις δύο κύκλων
3.17. Απλές γεωμετρικές κατασκευές
3.18. Βασικές κατασκευές τριγώνων

Κεφ. 4ο: Παράλληλες ευθείες

4.1. Εισαγωγή
4.2. Τέμνουσα δύο ευθειών - Ευκλείδειο αίτημα (εκτός της απόδειξης του Πορίσματος II και των προτάσεων I, II, III και IV)
4.4. Γωνίες με πλευρές παράλληλες
4.5. Αξιοσημείωτοι κύκλοι τριγώνου (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων)
4.6. Άθροισμα γωνιών τριγώνου
4.8. Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου (εκτός της απόδειξης του Πορίσματος).

Οδηγίες διδασκαλίας

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ. εστιάζει στη σύνδεση του εμπειρικού με τον θεωρητικό τρόπο σκέψης και θέτει στο επίκεντρο τον μαθηματικό συλλογισμό, την αιτιολόγηση και τη μαθηματική απόδειξη. Οι μαθητές/ήτριες έχουν έρθει σε επαφή με στοιχεία θεωρητικής γεωμετρικής σκέψης και στο Γυμνάσιο, όπου έχουν αντιμετωπίσει ασκήσεις που απαιτούν θεωρητική απόδειξη. Στην Α΄ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ., πρέπει αυτή η εμπειρία των μαθητών/ριών να αξιοποιηθεί με στόχο την περαιτέρω ανάπτυξη της θεωρητικής τους σκέψης, κάτι που μπορεί να γίνει βαθμιαία και λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες του εγχειρήματος. Η διατύπωση ορισμών γεωμετρικών εννοιών είναι κάτι δύσκολο για τους/τις μαθητές/ήτριες, ακόμα και αυτής της τάξης, καθώς απαιτεί τη συνειδητοποίηση των κρίσιμων και ελάχιστων ιδιοτήτων που απαιτούνται για τον καθορισμό μιας έννοιας. Επίσης οι μαθητές/ήτριες χρειάζεται να διερευνούν ιδιότητες και σχέσεις των γεωμετρικών εννοιών και να δημιουργούν εικασίες τις οποίες να προσπαθούν να τεκμηριώσουν. Η αντιμετώπιση της μαθηματικής απόδειξης απλά ως περιγραφή μιας σειράς λογικών βημάτων που παρουσιάζονται από τον/την εκπαιδευτικό, δεν είναι κατάλληλη ώστε να μυηθούν οι μαθητές/ήτριες στη σημασία και την κατασκευή μιας απόδειξης. Αντίθετα, είναι σημαντικό να εμπλακούν οι μαθητές/ήτριες σε αποδεικτικές διαδικασίες, να προσπαθούν να εντοπίζουν τη βασική αποδεικτική ιδέα, μέσω πειραματισμού και διερεύνησης, και να χρησιμοποιούν μετασχηματισμούς και αναπαραστάσεις, που υποστηρίζουν την ανάπτυξη γεωμετρικών συλλογισμών. Η κατασκευή από τους/τις μαθητές/ήτριες αντιπαραδειγμάτων και η συζήτηση για το ρόλο τους είναι μια σημαντική διαδικασία, ώστε να αρχίσουν να αποκτούν μια πρώτη αίσθηση της σημασίας του αντιπαραδείγματος στα Μαθηματικά. Η απαγωγή σε άτοπο είναι επίσης μια μέθοδος που συχνά συναντούν οι μαθητές/ήτριες στην απόδειξη αρκετών θεωρημάτων. Ο ρόλος του «άτοπου» στην τεκμηρίωση του αρχικού ισχυρισμού αλλά και το κατά πόσο η άρνηση του συμπεράσματος οδηγεί τελικά στην τεκμηρίωσή του, δημιουργούν ιδιαίτερη δυσκολία στους/στις μαθητές/ήτριες. Σε όλα τα παραπάνω ουσιαστικό ρόλο μπορεί να παίξει η αξιοποίηση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας. Επιπλέον, η ανάπτυξη στοιχείων της αφηρημένης, θεωρητικής σκέψης είναι απαραίτητο να συνδέεται με την εφαρμογή των συμπερασμάτων (θεωρημάτων, πορισμάτων) σε πιο πρακτικές καταστάσεις και προβλήματα. Αυτό μπορεί να γίνεται τόσο με εισαγωγή υπολογισμών και μετρήσεων (π.χ υπολογισμός γωνιών τριγώνου, ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2 σελ. 92, αξιοποίηση του μήκους πλευρών για τη σύγκριση τριγώνων), όσο και με διερεύνηση και επίλυση προβλήματος (πχ. άσκηση εμπέδωσης 10 σελ. 63).

Σχετικά με τα προηγούμενα, προτείνεται η τροποποίηση από τους/τις εκπαιδευτικούς ασκήσεων του βιβλίου ώστε αφενός να απλοποιηθεί η γλώσσα και αφετέρου να συνδεθούν καλύτερα με τη διαίσθηση των μαθητών/ριών.

Για παράδειγμα, η άσκηση:

" Να αποδείξετε ότι τα άκρα ενός τμήματος ισαπέχουν από κάθε ευθεία που διέρχεται από το μέσο του"

μπορεί να γίνει:

"Σχεδιάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα με άκρα Α και Β. Ας ονομάσουμε Μ το μέσο του ΑΒ. Φέρτε μια τυχαία ευθεία ε από το Μ. Μετρήστε τις αποστάσεις των Α και Β από την ε. Τι παρατηρείτε; Νομίζετε ότι αυτό θα συμβαίνει για οποιαδήποτε ευθεία περνάει από το Μ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας".

Επίσης, η άσκηση:

"Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Ι το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι: i) το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές, ii) η ΑΙ είναι διχοτόμος της $\hat{A}$."

μπορεί να γίνει:

Σχεδιάστε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B}=\hat{\Gamma}=70°$. Κατασκευάστε τις διχοτόμους των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ και ονομάστε Ι το σημείο που τέμνονται.

i) εξηγήστε γιατί το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές,

ii) συγκρίνετε τα τρίγωνα ΑΙΒ και ΑΙΓ και εξηγήστε γιατί η ΑΙ είναι διχοτόμος της $\hat{A}$."

[Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.]

Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη **(πανδημία Covid-19)**, προτείνονται τα παρακάτω:

Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει ανάγκες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/ήτρια. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Για τη Γεωμετρία της Α' τάξης είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη στη διαδικασία αιτιολόγησης σχέσεων μέσω ισότητας τριγώνων. Επίσης, αναμένεται οι μαθήτριες/τές να δυσκολεύονται περισσότερο από άλλες χρονιές στη χρήση γεωμετρικών οργάνων για τη σχεδίαση σχημάτων. Για τον σκοπό αυτό προτείνεται οι εκπαιδευτικοί να επιμένουν στη σχεδίαση σχημάτων από τους/τις μαθητές/ήτριες, και να τους/τις υποστηρίζουν, για παράδειγμα, αναδιατυπώνοντας μια εκφώνηση ώστε να φαίνονται τα βήματα σχεδιασμού ή και υποδεικνύοντας τον τρόπο χρήσης των γεωμετρικών οργάνων.

Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες.

Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 16 διδακτικές ώρες)

Εισαγωγή (Προτείνεται να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)

Στόχος της εισαγωγής είναι η διάκριση και επισήμανση των διαφορετικών χαρακτηριστικών της Πρακτικής και της Θεωρητικής Γεωμετρίας. Κάποια ζητήματα που θα μπορούσαν να συζητηθούν για την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της Θεωρητικής Γεωμετρίας έναντι της Πρακτικής, είναι: Η αδυναμία ακριβούς μέτρησης, η ανάγκη μέτρησης αποστάσεων μεταξύ απρόσιτων σημείων, η αναξιοπιστία των εμπειρικών προσεγγίσεων, η ανάγκη διατύπωσης γενικών συμπερασμάτων.

§3.1, §3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§3.3, §3.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§3.5, §3.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Οι μαθητές/ήτριες έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων 3.1 έως 3.6 στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια στοιχεία όπως:

α) Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.

β) Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία ή περισσότερα κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία -τρίγωνα- δεν είναι ίσα. Για παράδειγμα, αν κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο με πλευρές 10, 12 και 14,4 εκατοστά και το φωτοτυπήσουμε με μεγέθυνση 120%, το νέο τρίγωνο θα έχει 5 από τα 6 κύρια στοιχεία του ίσα με το αρχικό (τρεις γωνίες και δύο πλευρές), αλλά προφανώς τα τρίγωνα δεν είναι ίσα.

γ) Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.

δ) Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών/ριών από τους/τις ίδιους/ες.

ε) Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο στο τέλος της §3.2).

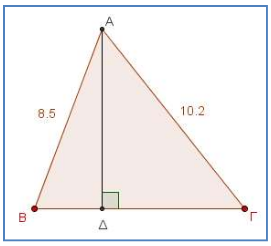
στ) Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων για σύγκριση σε σύνθετα σχήματα (όπως, για παράδειγμα, στις αποδεικτικές ασκήσεις 2 της σελ. 48 και 4 της σελ. 54).

Προτείνεται να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα Ι της §3.2, πόρισμα Ι της §3.4, πόρισμα Ι της §3.6).

Μαζί με την πρόταση αυτή προτείνεται να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της §3.12 για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Επίσης, σαν μια ενιαία πρόταση, μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/ήτριες να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα (π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης της &3.4, άσκηση 4 Εμπέδωσης της &3.6). Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα IV της §3.2 και III, IV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.

Ενδεικτική δραστηριότητα:



Με το μικροπείραμα «Ύψος, Διάμεσος και διχοτόμος της κορυφής ισοσκελούς τριγώνου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές οδηγούνται μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της σχέσης που συνδέει το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου. Παράλληλα μαθαίνουν για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης σχέσεων μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων.

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2277

§3.7 (Να διατεθεί 1 ώρα)

Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα ΙΙΙ της §3.2 και ΙΙ της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το θεώρημα IV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές/ήτριες πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν.

§3.10 - §3.13 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους/τις μαθητές/ήτριες. Να επισημανθεί στους/στις μαθητές/ήτριες ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου. Στόχος είναι οι μαθητές/ήτριες να διαπιστώσουν την αναγκαιότητά της, αλλά και τη λειτουργικότητά της, για την κατασκευή ενός τριγώνου.

§3.14 - §3.16 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους/στις μαθητές/ήτριες από το Γυμνάσιο. Οι αιτιολογήσεις, όμως, προέρχονται από τα θεωρήματα της §3.13. Το περιεχόμενο της §3.16 δεν είναι γνωστό στους/στις μαθητές/ήτριες και χρειάζεται και για τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν.

§3.17, §3.18 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους/τις μαθητές/ήτριες με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε γνωστικές περιοχές εκτός των μαθηματικών. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18. Επίσης, προτείνεται να αξιοποιούνται και άλλα γεωμετρικά όργανα (και όχι μόνο κανόνας και διαβήτης), καθώς και ψηφιακά εργαλεία.

Κεφάλαιο 4ο (Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

§4.1, §4.2, §4.4, §4.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Το σημαντικότερο θέμα στις παραγράφους αυτές αποτελεί το «αίτημα παραλληλίας» το οποίο καθορίζει τη φύση της Γεωμετρίας στην οποία αναφερόμαστε. Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του κεφαλαίου. Προτείνεται να διερευνήσουν οι μαθητές/ήτριες τη σχέση του θεωρήματος και της Πρότασης Ι της §4.2 με στόχο να αναγνωρίσουν ότι το ένα είναι το αντίστροφο του άλλου.

§4.6, §4.8 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Προτείνεται οι μαθητές/ήτριες, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου, να βρουν το άθροισμα των γωνιών τετραπλεύρου, πενταγώνου κ.α., να εικάσουν το άθροισμα των γωνιών ν-γώνου και να αποδείξουν την αντίστοιχη σχέση. Δίνεται έτσι η δυνατότητα σύνδεσης Γεωμετρίας και Άλγεβρας. Να επισημανθεί, επίσης, η σταθερότητα του αθροίσματος των εξωτερικών γωνιών ν-γώνου.

Ιστορικό Σημείωμα (1 ώρα)

Στο ιστορικό σημείωμα αναδεικνύεται η σημασία του 5ου αιτήματος στην δημιουργία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και παρουσιάζεται η συζήτηση και οι αναζητήσεις που προκάλεσε η διατύπωσή του, μέχρι τον 19ο αιώνα, και που τελικά οδήγησαν στη δημιουργία των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών. Προτείνεται, η θεματολογία του ιστορικού σημειώματος, να χρησιμοποιηθεί για να γίνουν σχετικές εργασίες από τους/τις μαθητές/ήτριες.

ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ: ΦΥΣΙΚΗ

Από το Βιβλίο: ΦΥΣΙΚΗ Α΄ ΕΠΑ.Λ, ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΓΑΡΟΦΑΛΑΚΗΣ Ι., ΠΑΓΩΝΗΣ Κ., ΣΠΥΡΟΠΟΥΛΟΥ Δ., εκδ. ΙΤΥΕ ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ

Διδακτέα Ύλη

2. ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

2.1 Η έννοια της δύναμης

2.2 Τα χαρακτηριστικά της δύναμης

2.3 Δυνάμεις επαφής και δυνάμεις από απόσταση

2.5 Η δύναμη ως αιτία παραμόρφωσης-Νόμος Hooke

2.6 Μέτρηση δυνάμεων με δυναμόμετρο

2.8 Σύνθεση δυνάμεων (Μόνο για συγγραμμικές και κάθετες. Εκτός το λυμένο παράδειγμα)

2.9 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

2.10 Δράση- Αντίδραση- 3ος νόμος του Νεύτωνα

4. ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΚΙΝΗΣΗ

4.1 Το αίνιγμα της κίνησης

- 4.1.6 Μέση ταχύτητα
- 4.1.7 Στιγμιαία ταχύτητα (Εκτός ο μαθηματικός προβληματισμός)

4.2 Αδράνεια-1ος νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση (Εκτός το ιστορικό σημείωμα)

4.3 Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

- 4.3.1 Μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης

4.4 Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση-Επιτάχυνση

- 4.4.1 Η έννοια της επιτάχυνσης
- 4.4.2 Εξισώσεις κίνησης-Διαγράμματα (Εκτός οι αποδείξεις τύπων και το παράδειγμα 3)

4.5 ΔΥΝΑΜΗ. Το μυστικό της επιτάχυνσης-2ος Νόμος του Νεύτωνα

- 4.5.2 Βάρος. Περιλαμβάνονται τα παραδείγματα 1,3,4,5

Β΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.

ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ

Ισχύει ό,τι προβλέπεται ανωτέρω στο μάθημα Νέα Ελληνικά των Α΄, Β΄, Γ΄ τάξεων.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Βιβλίο: «Άλγεβρα Β΄ Λυκείου» των Ανδρεαδάκη Σ., Κατσαργύρη Β., Παπασταυρίδη Σ., Πολύζου Γ., Σβέρκου Α.

<u>Ι. Διδακτέα ύλη</u>

Κεφ. 1ο: Γραμμικά Συστήματα
1.1 Γραμμικά Συστήματα (χωρίς την υποπαράγραφο "Γραμμικό σύστημα 3Χ3" και χωρίς τις αποδείξεις των συμπερασμάτων της υποπαραγράφου "Λύση - Διερεύνηση γραμμικού συστήματος 2x2")

1.2 Μη Γραμμικά Συστήματα

Κεφ.2ο: Ιδιότητες Συναρτήσεων
2.1 Μονοτονία-Ακρότατα-Συμμετρίες Συνάρτησης

2.2 Κατακόρυφη-Οριζόντια Μετατόπιση Καμπύλης

Κεφ. 3ο: Τριγωνομετρία
3.1. Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας
3.2. Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες (χωρίς την απόδειξη της ταυτότητας 4)
3.3. Αναγωγή στο 1ο Τεταρτημόριο
3.4 Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις
3.5 Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις

Οδηγίες διδασκαλίας
Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.
Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη **(πανδημία Covid-19)**, προτείνονται τα παρακάτω:
Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του/της ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθήτρια/τή. Η/Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Γενικά, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη:

- στην έννοια της ανίσωσης δευτέρου βαθμού και στις διαδικασίες επίλυσής της,
- στην έννοια της συνάρτησης και της γραφικής παράστασης, καθώς και τη σύνδεσή τους με εξισώσεις και ανισώσεις

Τα σημεία αυτά είναι αντικείμενο διαπραγμάτευσης των παραγράφων 4.2, 6.1, 6.2, 6.3, του βιβλίου της Άλγεβρας της Α Λυκείου. Για τη συζήτηση στη Β' Λυκείου των αντίστοιχων εννοιών και διαδικασιών αλλά και γενικότερων ελλειμμάτων που πιθανόν υπάρχουν, προτείνεται η εξής διαχείριση:
α) Στην αρχή του χρόνου αφιερώνονται 4 ώρες για την επανάληψη στις εξισώσεις πρώτου και δευτέρου βαθμού και τη σύνδεσή τους με προβλήματα.
β) Πριν τη διδασκαλία του κεφ. 2 (Ιδιότητες Συναρτήσεων) αφιερώνονται 4 ώρες για τις βασικές έννοιες των συναρτήσεων και την ευθεία, ενώ οι τετραγωνικές συναρτήσεις ενσωματώνονται ως παραδείγματα στη διαπραγμάτευση των ιδιοτήτων και των μετατοπίσεων (§2.1 και 2.2)
γ) Οι ανισώσεις δευτέρου βαθμού μπορούν να ξανασυζητηθούν στην επόμενη τάξη, στην §4.3 (πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις)

Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/ήτριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλη της προηγούμενης τάξης.
Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες με τις προσαρμογές που θα κάνει η/ο εκπαιδευτικός σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

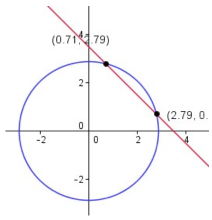
Κεφάλαιο 1ο (Προτείνεται να διατεθούν 12 ώρες)

§1.1. Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες
Από το Γυμνάσιο είναι γνωστή η έννοια των γραμμικών συστημάτων 2Χ2, η γραφική επίλυσή τους και η αλγεβρική επίλυση με τη μέθοδο της αντικατάστασης και τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών. Με τη μέθοδο των οριζουσών να γίνουν μόνο αριθμητικά παραδείγματα. Είναι σημαντικό να αξιοποιούνται στη διδασκαλία παραδείγματα από τον επαγγελματικό χώρο. Τα 3Χ3 γραμμικά συστήματα δεν θα διδαχθούν.

§1.2 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Προτείνεται η επίλυση απλών μη γραμμικών συστημάτων με 2 αγνώστους, καθώς και η έμφαση στη γεωμετρική ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Να μη διδαχθούν οι ασκήσεις 4 και 5 της Β΄ Ομάδας.

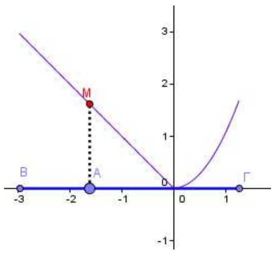
Ενδεικτική δραστηριότητα:
Το μικροπείραμα «Εισαγωγή στα μη γραμμικά συστήματα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, δίνει τη δυνατότητα στις μαθήτριες και στους μαθητές να εισαχθούν στην έννοια του μη γραμμικού συστήματος και να πειραματιστούν με τις διάφορες τιμές των παραμέτρων του.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5281



Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)

§2.1 και 2.2 (Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)
Αρχικά, οι μαθητές/ήτριες χρησιμοποιούν πίνακες τιμών και λογισμικό για να κάνουν τη γραφική παράσταση μελετούν της συνάρτησης $g(x)=\alpha x^2$ και χρησιμοποιούν τις μετατοπίσεις για να μελετήσουν την $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$. Σε αυτή τη μελέτη εξετάζουν τη μονοτονία, τα ακρότατα και τις συμμετρίες αυτών των συναρτήσεων. Διατυπώνονται οι γενικοί ορισμοί των παραπάνω εννοιών και εξετάζονται αυτές και για άλλες συναρτήσεις μέσω των γραφικών παραστάσεών τους. Η έμφαση πρέπει να δοθεί στη γεωμετρική ερμηνεία των εννοιών της μονοτονίας, των ακροτάτων και της άρτιας – περιττής και στη σύνδεση της γεωμετρικής ερμηνείας με την αλγεβρική έκφραση.
Ενδεικτικά, ασκήσεις που προτείνονται ότι υπηρετούν τα ανωτέρω είναι:
- Από την §2.1 οι 1, 2, 6, 7, 8.
- Από την §2.2 οι 1, 2, 5.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Το μικροπείραμα «Συμμεταβολή σημείων - Μονοτονία - Ακρότατα συνάρτησης» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, προτείνεται για την εισαγωγή στην έννοια της συνάρτησης ως συμμεταβολή σημείων και διερεύνηση των ιδιοτήτων της συμμεταβολής των δύο σημείων, της μονοτονίας και των ακροτάτων.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5226



Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 32 διδακτικές ώρες)

§3.1 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες
Οι μαθητές/ήτριες στο γυμνάσιο έχουν συναντήσει και ασχοληθεί με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και αμβλείας γωνίας. Το καινούργιο εδώ είναι η εισαγωγή του τριγωνομετρικού κύκλου για τον ορισμό των τριγωνομετρικών αριθμών. Επειδή στον τριγωνομετρικό

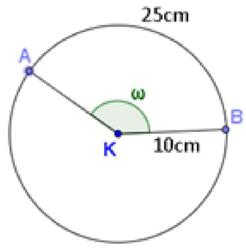
κύκλο στηρίζονται όλες οι έννοιες και οι ιδιότητες που μελετώνται στη συνέχεια, έμφαση πρέπει να δοθεί στην κατανόησή του που θα επιτρέψει τη συνεχή χρήση του αντί για την απομνημόνευση τύπων (πχ. για την αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο). Επίσης, να δοθεί έμφαση στην έννοια του ακτινίου, στη σύνδεσή του με τις μοίρες και την αναπαράστασή του στον τριγωνομετρικό κύκλο καθώς και στην «κατάληξη» της τελικής πλευράς μιας γωνίας πάνω σε αυτόν.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

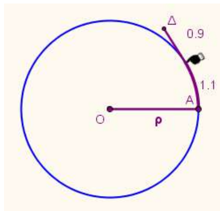
α) Δίνεται γωνία, με $0° \leq \omega < 360°$ που ικανοποιεί τις σχέσεις: $ημω = -\frac{1}{2}$ και $συνω > 0$. Να σχεδιάσετε τη γωνία ω πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο, να εξηγήσετε γιατί είναι μοναδική και να βρείτε το μέτρο της.

β) Να βρείτε όλες τις γωνίες φ με $0° \leq \varphi < 360°$, που ικανοποιούν τη σχέση $ημφ = -\frac{1}{2}$ και να τις σχεδιάσετε πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο.

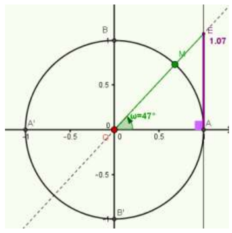
Ενδεικτική δραστηριότητα 2:
Δίνεται ο κύκλος του σχήματος με κέντρο Κ και ακτίνα 10cm. Επίσης δίνεται το τόξο ΑΒ με μήκος 25 cm και αντίστοιχη επίκεντρη γωνία ω.
α) Να βρείτε το μέτρο της ω σε rad.
β) Να δικαιολογήσετε ότι το συνημίτονο της γωνίας ω είναι αρνητικό.



Ενδεικτική δραστηριότητα 3:
Το μικροπείραμα «Τι είναι το ακτίνιο;» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, προτείνεται για την κατανόηση της έννοιας του ακτινίου και τη σύνδεση μεταξύ της μέτρησης γωνιών σε μοίρες και ακτινίων στον τριγωνομετρικό κύκλο.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5272



Ενδεικτική δραστηριότητα 4:
Με το μικροπείραμα «Ο τριγωνομετρικός κύκλος» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές εισάγονται στον ορισμό του τριγωνομετρικού κύκλου και των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5140

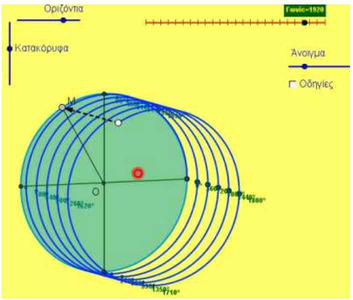


§3.2 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες
Ο στόχος της παραγράφου είναι η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών και για αυτό οι μαθήτριες/τές θα πρέπει να εμπλακούν με απλές ασκήσεις υπολογισμού των τριγωνομετρικών αριθμών όταν είναι γνωστός ο ένας. Να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 1-6 της Α΄ Ομάδας.

§3.3 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες
Η ανάδειξη του τριγωνομετρικού κύκλου στο βασικό εργαλείο αναγωγής στο πρώτο τεταρτημόριο μπορεί να αντικαταστήσει την απομνημόνευση τύπων και την αναπαραγωγή κανόνων χωρίς νόημα. Αυτό μπορεί να γίνει αν ενθαρρυνθούν οι μαθητές/τριες να χρησιμοποιούν τις συμμετρίες σε νοητό τριγωνομετρικό κύκλο. Προτείνεται να μη δοθούν προς λύση οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας. Οι ερωτήσεις κατανόησης Ι και ΙΙ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συζητηθούν και να διευκρινιστούν πτυχές των προηγούμενων ενοτήτων της τριγωνομετρίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

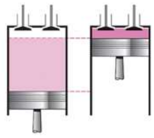
Με το μικροπείραμα «Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνιών που ανάγονται στο 2ο τεταρτημόριο» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές βρίσκουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών ανάγονται στο δεύτερο τεταρτημόριο.



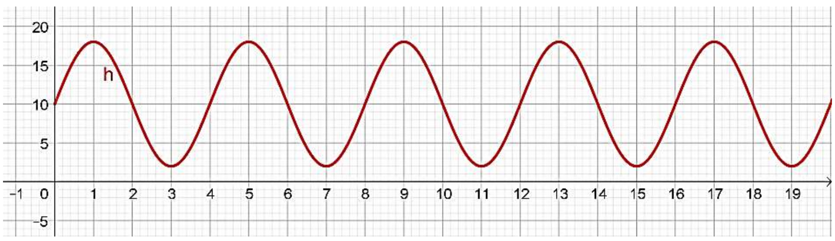
Με τη βοήθεια του λογισμικού μέσω πολλαπλών δυναμικά αλληλοσυνδεόμενων γεωμετρικών αναπαραστάσεων, οι μαθητές/τριες βρίσκουν με τη βοήθεια δρομέα μια συγκεκριμένη γωνία μεγαλύτερη των 360◦και βλέπουν την γεωμετρική της αναπαράσταση πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο. Στη συνέχεια, μπορούν να δουν το τόξο της γωνίας αυτής στον χώρο, βρίσκουν την προβολή του στον πρώτο κύκλο και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας αυτής, αφού την αναγάγουν σε γωνία του πρώτου τεταρτημορίου. Τέλος, εφαρμόζουν τη στρατηγική αυτή και σε άλλες γωνίες.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5275

§3.4 Προτείνεται να διατεθούν 8 ώρες
Η έννοια της περιοδικότητας, που συνδέεται άμεσα με φαινόμενα της καθημερινής ζωής, είναι μια από τις σημαντικότερες έννοιες που θα διδαχτούν οι μαθήτριες/τές στη Β΄ Λυκείου. Θα πρέπει λοιπόν να δοθεί έμφαση σε αυτή την ιδιότητα μέσα από τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις και τις γραφικές τους παραστάσεις σε συνδυασμό με προβλήματα. Η χάραξη των γραφικών παραστάσεων των τριγωνομετρικών συναρτήσεων μπορεί να στηριχτεί στον τριγωνομετρικό κύκλο.
Πρέπει να επισημανθεί ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή των τριγωνομετρικών συναρτήσεων εκφράζει τόξο μετρημένο σε ακτίνια και όχι σε μοίρες. Αφού συζητηθούν τα παραδείγματα του σχολικού βιβλίου, να τονισθούν τα συμπεράσματα που περιέχονται στο Σχόλιο της σελίδας 81.
Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 6 και 7 της Α΄ Ομάδας και 1, 2 και 3 της Β΄ Ομάδας.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1:</u>

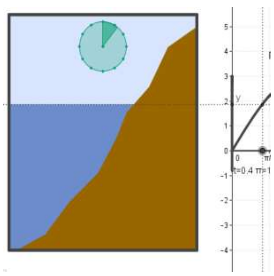


Σε έναν κινητήρα εσωτερικής καύσης η απόσταση h (σε cm) του πιστονιού από το άκρο του κυλίνδρου περιγράφεται από τη συνάρτηση $h(\mathrm{t}) = 10 + 8hm(\frac{p}{2}t)$, όπου t ο χρόνος σε δέκατα του δευτερολέπτου. Η γραφική παράστασή της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



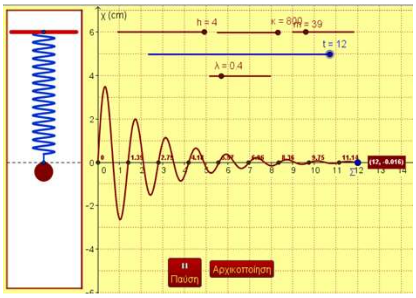
Απαντήστε τις παρακάτω ερωτήσεις εξηγώντας με δύο τρόπους: με τη γραφική παράσταση και με τον τύπο της συνάρτησης h.
α) Πόσες πλήρεις "στροφές" κάνει ο κινητήρας σε 1 sec;
β) Ποιο είναι το μήκος της διαδρομής που κάνει το πιστόνι;
γ) Σε ποια θέση βρίσκεται το πιστόνι τις χρονικές στιγμές 2, 4 και 6;

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>



Με το μικροπείραμα «Περιοδικά φαινόμενα: Η παλίρροια» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία (άσκηση 2, Β΄ ομάδας), οι μαθητές χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους, εμπλέκονται ενεργά και εξοικειώνονται με την έννοια των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Επίσης μελετούν το φαινόμενο της παλίρροιας και αναζητούν απαντήσεις, με ερευνητικό και βιωματικό τρόπο, γεγονός που προσφέρει το διερευνητικό περιβάλλον του Geogebra.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5165

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:



Με το μικροπείραμα «Περιοδικές συναρτήσεις - Το ελατήριο» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους, εμπλέκονται ενεργά και εξοικειώνονται με την έννοια των περιοδικών συναρτήσεων. Επίσης, πειραματίζονται με ένα ελατήριο και αναζητούν απαντήσεις με ερευνητικό και βιωματικό τρόπο, γεγονός που προσφέρει το διερευνητικό περιβάλλον του Geogebra.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5208

§3.5 Προτείνεται να διατεθούν 8 ώρες
Οι τριγωνομετρικές εξισώσεις είναι ένα σημαντικό αλγεβρικό εργαλείο και είναι το πρώτο είδος μη πολυωνυμικών εξισώσεων που συναντούν οι μαθητές/τριες. Η ερμηνεία των τύπων λύσεων πρέπει να στηριχτεί τόσο στον τριγωνομετρικό κύκλο όσο και στη γραφική παράσταση των αντίστοιχων συναρτήσεων.
Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 10, 11, 12 της Α΄ Ομάδας και όλες οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

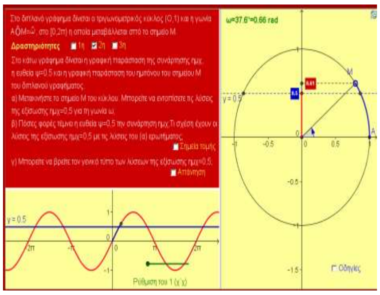
Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

α) Δίνεται γωνία ω (σε rad), με $0 \le \omega < 2\pi$ που ικανοποιεί τις σχέσεις: ημω = $\frac{1}{2}$ και συνω > 0. Να σχεδιάσετε τη γωνία ω πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο, να εξηγήσετε γιατί είναι μοναδική και να βρείτε το μέτρο της.

β) Να βρείτε όλες τις γωνίες φ με $0 \le \varphi < 2\pi$, που ικανοποιούν τη σχέση ημφ = $\frac{1}{2}$ και να τις σχεδιάσετε πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο.

γ) Να βρείτε όλες τις λύσεις της εξίσωσης ημx=$\frac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:



Με το μικροπείραμα «Η εξίσωση ημx=α» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/τριες βρίσκουν τις λύσεις μιας συγκεκριμένης εξίσωσης στον τριγωνομετρικό κύκλο και μέσω πολλαπλών δυναμικά αλληλοσυνδεόμενων γεωμετρικών και γραφικών αναπαραστάσεων, γενικεύουν τις λύσεις αυτές σ' όλο το R. Στη συνέχεια δημιουργούν τις δικές τους εξισώσεις και τις λύνουν επαληθεύοντας ταυτόχρονα τις λύσεις τους γραφικά.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5141

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Βιβλία:

«**Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ ΓΕ.Λ. Τεύχος Α΄**» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

Διδακτέα ύλη

Από το βιβλίο «**Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ ΓΕ.Λ. Τεύχος Α΄**» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

Κεφ.5ο: Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια

5.1. Εισαγωγή
5.2. Παραλληλόγραμμα (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για παραλληλόγραμμα»)
5.3. Ορθογώνιο (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο»)
5.4. Ρόμβος (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ρόμβος»)
5.5. Τετράγωνο
5.6. Εφαρμογές στα τρίγωνα (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων)
5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου (χωρίς τις αποδείξεις)
5.8. Το ορθόκεντρο τριγώνου ((χωρίς το Λήμμα, χωρίς την απόδειξη του θεωρήματος και χωρίς το πόρισμα)
5.9. Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου
5.10.Τραπέζιο (χωρίς τις αποδείξεις)
5.11.Ισοσκελές τραπέζιο (χωρίς τις αποδείξεις)

Κεφ.6ο: Εγγεγραμμένα σχήματα

6.1. Εισαγωγικά – Ορισμοί
6.2. Σχέση εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
6.3. Γωνία χορδής και εφαπτομένης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
6.5. Το εγγεγραμμένο τετράπλευρο
6.6. Το εγγράψιμο τετράπλευρο (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)

Οδηγίες διδασκαλίας

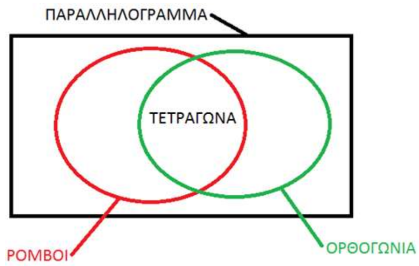
[Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.
Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη **(πανδημία Covid-19)**, προτείνονται τα παρακάτω:
Ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/τρια. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Για τη Γεωμετρία της Β' Λυκείου, επειδή αποτελεί συνέχεια της Γεωμετρίας της Α' Λυκείου, η σειρά διδασκαλίας είναι προκαθορισμένη (με βάση τα δύο τεύχη του σχολικού βιβλίου), αν και η έμφαση που δίνεται σε κάθε κεφάλαιο μπορεί να διαφέρει. Γενικά, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει ανάγκη στη Β Λυκείου να διατεθεί επιπλέον χρόνος για επαναλήψεις-συμπληρώσεις (από την ύλη της Α') στο άθροισμα γωνιών τριγώνου και κυρτού ν–γώνου.
Για επανάληψη και συμπληρώσεις προτείνεται να αφιερωθούν 3 ώρες. Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/τριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλη της προηγούμενης τάξης (Α΄ Λυκείου).
Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες με τις προσαρμογές που θα κάνει ο/η εκπαιδευτικός σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

Κεφάλαιο 5ο (Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

§5.1, §5.2

Να επισημανθεί ότι καθένα από τα κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του παραλληλογράμμου. Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν αν ένα τετράπλευρο με τις δυο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες δυο ίσες είναι παραλληλόγραμμο.

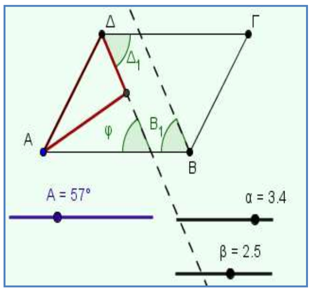
§5.3 - §5.5
Να επισημανθεί ότι κάθε ένα από τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του ορθογωνίου ή του ρόμβου ή του τετραγώνου αντίστοιχα. Επιδιώκεται οι μαθητές να αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τα αντίστοιχα κριτήρια και όχι με βάση κάποια πρότυπα σχήματα που συνδέονται με την οπτική γωνία που τα κοιτάμε. Να δοθεί έμφαση στην ταξινόμηση των παραλληλογράμμων με βάση τις ιδιότητές τους (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1) για την άρση της παρανόησης που δημιουργείται σε μαθητές, ότι ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο ή ένα τετράγωνο δεν είναι ρόμβος. Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν: αν ένα τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες είναι ορθογώνιο και αν ένα τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος.



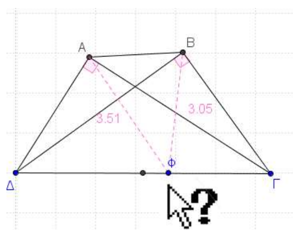
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1</u>:
Να δημιουργήσετε διαγραμματική αναπαράσταση της ταξινομίας των παραλληλογράμμων (π.χ. με χρήση εννοιολογικού χάρτη, διαγράμματος Venn).

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2</u>:
Η άσκηση εμπέδωσης 3 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να υλοποιηθεί πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Τι σχήμα δημιουργούν οι διχοτόμοι των γωνιών ενός παραλληλογράμμου;» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία. Με τη βοήθεια του λογισμικού οι μαθητές μεταβάλλουν τις γωνίες και τις πλευρές ενός παραλληλογράμμου για να δημιουργήσουν την εικασία σχετικά με το σχήμα που δημιουργείται από τις διχοτόμους, ενώ στη συνέχεια αποδεικνύουν την εικασία αυτή.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5825

§5.6 – §5.9
Προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να εικάσουν σε ποια γραμμή ανήκουν τα σημεία που ισαπέχουν από δυο παράλληλες ευθείες και στη συνέχεια να αποδείξουν ότι η μεσοπαράλληλή τους είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος. Προτείνεται, επίσης, η διαπραγμάτευση στην τάξη της Εφαρμογής 1 της §5.6. Στις §5.7 και §5.8 η συζήτηση προτείνεται να επικεντρωθεί στο γεγονός ότι, για τα διάφορα είδη τριγώνων, όλες οι διάμεσοι διέρχονται από το ίδιο σημείο (και αντιστοίχως για τα ύψη) και να μη συζητηθούν ασκήσεις.



<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:
Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά το μικροπείραμα «Η σχέση της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου με την διάμεσο που αντιστοιχεί σ' αυτήν και επίλυση προβλημάτων με τη σχέση αυτή».
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5781



§5.10, §5.11
Εκτός από το συγκεκριμένο αντικείμενο των παραγράφων αυτών, προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων που συνδυάζουν γεωμετρικά θέματα από όλο το κεφάλαιο, όπως η δραστηριότητα 1 και η εργασία στο τέλος του κεφαλαίου.
Στο Κεφάλαιο 5 δεν θα συζητηθούν τα σύνθετα θέματα και οι γενικές ασκήσεις.

Κεφάλαιο 6ο (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)

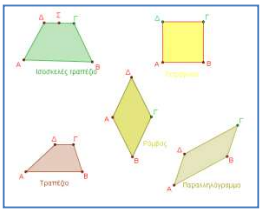
§6.1 – §6.3

Στόχος είναι οι μαθητές να χρησιμοποιούν τη σχέση εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας σε επίλυση προβλημάτων, καθώς και να αναγνωρίζουν ως ορθές τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικύκλιο. Επίσης να χρησιμοποιούν το συμπέρασμα του θεωρήματος της §6.3 (γωνία χορδής και εφαπτομένης).

§6.4 – §6.6

Να γίνει απλή αναφορά στην παράγραφο 6.4 (τόξο κύκλου που δέχεται γνωστή γωνία).

Προτείνεται, ως εισαγωγή στο πρόβλημα εγγραψιμότητας ενός τετραπλεύρου σε κύκλο, οι μαθητές να διερευνήσουν ποια από τα γνωστά τετράπλευρα (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο) είναι εγγράψιμα, βασιζόμενοι στις ιδιότητες των εγγεγραμμένων τετραπλεύρων. Η διερεύνηση θα μπορούσε να επεκταθεί και σε τυχαία τετράπλευρα (και με τη βοήθεια λογισμικού), ώστε οι μαθητές να εικάσουν τα κριτήρια εγγραψιμότητας.



<u>Ενδεικτική (ψηφιακή) δραστηριότητα 2</u>:

Η ερώτηση κατανόησης 6 προτείνεται να διερευνηθεί με το μικροπείραμα «Εγγράψιμα τετράπλευρα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2264

Στο Κεφάλαιο 6 δεν θα συζητηθούν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις.

Το βιβλίο του μαθήματος, συσκευή video προβολέα και Η/Υ με σύνδεση στο διαδίκτυο για την παρουσίαση εκπαιδευτικών CD και ιστοσελίδων ως συμπληρωματικό υλικό, όπως:

Προτεινόμενο Υποστηρικτικό Υλικό:

- Σχεδιάζω το Μέλλον μου, Βιβλίο Μαθητή
- Σχεδιάζω το Μέλλον μου, Βιβλίο Καθηγητή

Χρήσιμες Ιστοσελίδες

- http://www.mysep.gr/?cat=120
- Διαδικτυακή πύλη εφήβων (ΕΟΠΠΕΠ): http://www.eoppep.gr/teens/

Ιστοσελίδες στη δικτυακή πύλη του Υπουργείου Εργασίας, Κοινωνικής Ασφάλισης και Κοινωνικής Αλληλεγγύης:

- http://www.ypakp.gr/index.php?ID=V1MLCqNyGs18p3ug

Διαδρομή: Σύνδεση με http://www.ypakp.gr/ Από το μενού πάνω αριστερά, επιλέγω Θέματα και μετά Ασφάλεια και Υγεία στην Εργασία
Προτείνεται επίσης οι εκπαιδευτικοί να εστιάσουν κατά προτεραιότητα στα θέματα υγείας και ασφάλειας που αντιστοιχούν στους Τομείς που λειτουργούν στη συγκεκριμένη σχολική μονάδα».

Πλέον του υποστηρικτικού υλικού και των ιστοσελίδων για την Ασφάλεια και Υγεία που αναφέρθηκαν ανωτέρω, πλούσιο υλικό είναι διαθέσιμο και στην ιστοσελίδα του Ελληνικού Ινστιτούτου Υγιεινής και Ασφάλειας της Εργασίας (ΕΛ.ΙΝ.Υ.Α.Ε.) (http://www.elinyae.gr). Ακολούθως, παρατίθενται ορισμένοι (ενδεικτικοί) χρήσιμοι σύνδεσμοι στην ιστοσελίδα του ΕΛ.ΙΝ.Υ.Α.Ε., οι οποίοι μπορούν να αξιοποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς:

http://www.elinyae.gr/el/lib_file_upload/g_kat_opt.1397476414453.pdf

http://www.elinyae.gr/el/item_details.jsp?cat_id=33&item_id=9422

http://www.elinyae.gr/el/item_details.jsp?cat_id=33&item_id=11238

http://www.elinyae.gr/el/item_details.jsp?cat_id=33&item_id=11004

Γ΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.

ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ

Ισχύει ό,τι προβλέπεται ανωτέρω στο μάθημα Νέα Ελληνικά των Α΄, Β΄, Γ΄ τάξεων.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

Βιβλίο: «Άλγεβρα Β΄ Λυκείου» των Ανδρεαδάκη Σ., Κατσαργύρη Β., Παπασταυρίδη Σ., Πολύζου Γ., Σβέρκου Α.

Διδακτέα ύλη

Κεφ. 4ο: Πολυώνυμα - Πολυωνυμικές εξισώσεις
4.1. Πολυώνυμα
4.2. Διαίρεση πολυωνύμων
4.3. Πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις.
4.4. Εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές.

Κεφ. 5ο: Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση
5.1. Εκθετική συνάρτηση

5.2. Λογάριθμοι (χωρίς την απόδειξη του τύπου αλλαγής βάσης)
5.3. Λογαριθμική συνάρτηση (να διδαχθούν μόνο οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση το 10 και το e).

Οδηγίες διδασκαλίας

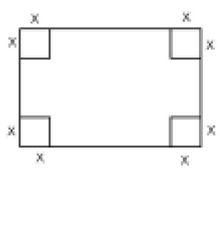
Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.
Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη **(πανδημία Covid-19)**, προτείνονται τα παρακάτω:
Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του/της ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθήτρια/τή. Η/Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Γενικά, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη:

- στην έννοια της ανίσωσης δευτέρου βαθμού και στις διαδικασίες επίλυσής της,
- στην έννοια της συνάρτησης, της γραφικής παράστασης και των χαρακτηριστικών της (μονοτονία, ακρότατα κλπ), καθώς και τη σύνδεσή τους με εξισώσεις και ανισώσεις

Τα σημεία αυτά είναι αντικείμενο διαπραγμάτευσης των παραγράφων 4.2, 6.1, 6.2, 6.3, του βιβλίου της Άλγεβρας της Α Λυκείου. Για τη συζήτηση στη Γ' Λυκείου των αντίστοιχων εννοιών και διαδικασιών αλλά και γενικότερων ελλειμμάτων που πιθανόν υπάρχουν, προτείνεται η εξής διαχείριση:
α) Στην αρχή του χρόνου αφιερώνονται 5 ώρες για την επανάληψη στις εξισώσεις πρώτου και δευτέρου βαθμού και τη σύνδεσή τους με προβλήματα και τις βασικές έννοιες των συναρτήσεων.
β) Οι ανισώσεις δευτέρου βαθμού ξανασυζητούνται για 2 ώρες στην §4.3 (πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις)
Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/ήτριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλη της προηγούμενης τάξης.
Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες με τις προσαρμογές που θα κάνει η/ο εκπαιδευτικός σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

Κεφάλαιο 4ο
(Προτείνεται να διατεθούν 30 ώρες)
Όλη η διδασκαλία των πολυωνύμων θα πρέπει να εμπλουτιστεί με την – αν όχι να εστιαστεί στη – συναρτησιακή προσέγγιση των πολυωνύμων. Αυτή η προσέγγιση α) θα παρέχει στις μαθήτριες και στους μαθητές τη δυνατότητα πρόσβασης σε γεωμετρικές αναπαραστάσεις (όπως είναι η γραφική παράσταση συνάρτησης) που μπορούν να βοηθήσουν στην απόδοση νοήματος και την κατανόηση και β) θα μειώσει τον ρόλο αφηρημένων αλγεβρικών προσεγγίσεων των πολυωνύμων που δεν συνδέονται με την κατανόηση ούτε με την περαιτέρω διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών.
§4.1 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες
Προτείνεται να παρουσιαστούν (είτε με λογισμικό, είτε με έντυπη μορφή) οι γραφικές παραστάσεις μερικών συναρτήσεων όπως οι $f(x)=x^3$, $f(x)=-x^3$, $f(x)=x^3-3x$, $f(x)=x^4-2x^2$, $f(x)=x^3-3x^2-9x+11$. Στόχος είναι η παρατήρηση και ο σχολιασμός των ιδιοτήτων τους, των σημείων τομής με τους άξονες, των τμημάτων που βρίσκονται πάνω ή κάτω από τον άξονα x΄x, κοκ.
Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις 1 και 2, 5 και 6 της Α΄ Ομάδας και 2, 3 και 5 της Β΄ Ομάδας.

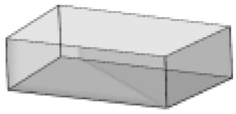
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1:</u>



Από ένα χαρτόνι διαστάσεων 20×30 εκατοστών κόβουμε τετράγωνα πλευράς *x* (όπως φαίνεται στο σχήμα) με σκοπό να κατασκευάσουμε ένα κουτί ανοικτό από πάνω.

α) Να βρείτε μια συνάρτηση που να εκφράζει τον όγκο του κουτιού. Τι τιμές μπορεί να πάρει το *x*;

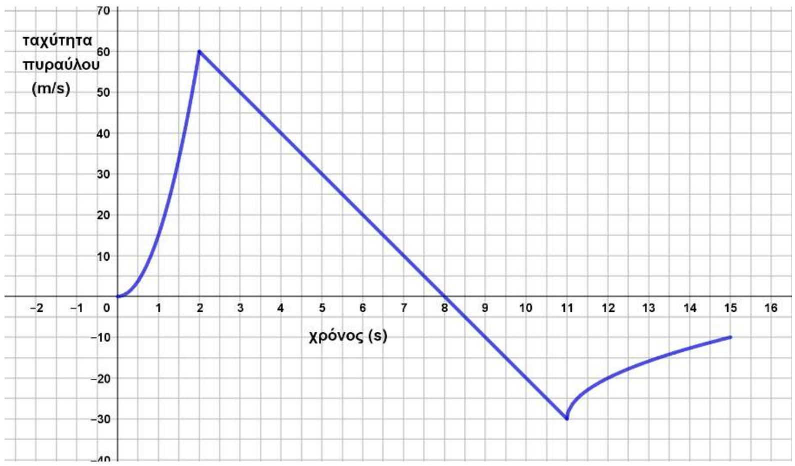
β) Ο Γιάννης ισχυρίζεται ότι όσο αυξάνεται το *x*, μειώνεται ο όγκος. Να φτιάξετε ένα πίνακα τιμών για να διαπιστώσετε αν ο Γιάννης έχει δίκιο.



γ) Να βρείτε (με προσέγγιση) πόσο πρέπει να είναι το *x* ώστε το κουτί να έχει το μέγιστο όγκο.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Κατά την εκτόξευση ενός πυραύλου, οι προωθητικές μηχανές του λειτουργούν για λίγα δευτερόλεπτα και μετά σβήνουν. Ο πύραυλος συνεχίζει την κίνησή του προς τα πάνω για λίγο και μετά αρχίζει ελεύθερη πτώση. Κάποια στιγμή ένας μηχανισμός ελευθερώνει ένα αλεξίπτωτο, το οποίο επιβραδύνει την πτώση του πυραύλου ώστε να μην συντριβεί.



Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας του πυραύλου ως συνάρτησης του χρόνου.

α) Πόσο χρόνο διάρκεσε η άνοδος του πυραύλου;

β) Ποια ήταν η ταχύτητά του τις χρονικές στιγμές 2s, 5s, 8s, 11s, 14s;

γ) Τι συμβαίνει τις χρονικές στιγμές 2s, 8s, 11s, 15s;

δ) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που περιγράφει την κίνηση τα πρώτα 2s.

§4.2 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη χρήση των θεωρημάτων της υποπαραγράφου "Διαίρεση πολυωνύμου με x–ρ" και πιο συγκεκριμένα, στη μεταξύ τους σχέση και στη συνέπεια που έχουν για τη παραγοντοποίηση πολυωνύμου. Για το σχήμα Horner καλό είναι να εξηγηθεί η σχέση του με τους συντελεστές που εμφανίζονται κατά τη διαδικασία της διαίρεσης (όπως στο εισαγωγικό παράδειγμα του σχολικού βιβλίου ή με άλλο αριθμητικό παράδειγμα)

Προτείνεται να συζητηθούν μόνο οι ασκήσεις 1 έως 6 της Α΄ Ομάδας και να μη γίνουν οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

§4.3 Προτείνεται να διατεθούν 12 ώρες

Στην ενότητα αυτή εισάγονται νέα εργαλεία για την παραγοντοποίηση πολυωνύμων μέσω της οποίας επιλύονται στη συνέχεια πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις βαθμού μεγαλύτερου από 2. Αν και οι ακέραιες ρίζες ενός τυχαίου πολυωνύμου δεν εμφανίζονται συχνά, παρόλα αυτά το θεώρημα είναι ένα χρήσιμο εργαλείο. Ωστόσο, για τη λύση πολυωνυμικής εξίσωσης, έμφαση πρέπει να δοθεί στην προτεραιότητα της παραγοντοποίησης του αντίστοιχου πολυωνύμου.

Ο προσδιορισμός ρίζας με προσέγγιση είναι ένα χρήσιμο αριθμητικό εργαλείο που μπορεί να συνδεθεί με τον τρόπο που θα μπορούσε να προσδιορίσει κανείς μη ακέραια ρίζα αν είχε στη διάθεσή του κάποια υπολογιστική μηχανή. Κυρίως όμως, αυτή η μέθοδος, επειδή στηρίζεται στη γεωμετρική ερμηνεία του Θ. Bolzano, υποστηρίζει την συναρτησιακή προσέγγιση και την οπτικοποίηση των σχετιζόμενων εννοιών.

Στο πλαίσιο της επίλυσης ανισώσεων, προτείνεται να συζητηθούν και πάλι οι ανισώσεις δευτέρου βαθμού και να συνδεθούν (όπως και όλες οι πολυωνυμικές ανισώσεις) με τη γεωμετρική ερμηνεία τους.

Προτείνεται να συζητηθούν μόνο επιλεγμένες ασκήσεις από τις 1 έως 8 της Α΄ Ομάδας και από τα προβλήματα της Β΄ Ομάδας, τα οποία οδηγούν στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Μια βιομηχανία έχει υπολογίσει ότι για την ημερήσια παραγωγή *x* μονάδων από ένα προϊόν έχει κόστος $\mathrm{K}(x) = -2x^2 + 120x + 100$ χιλιάδες ευρώ, ενώ η πώληση αυτών των *x* μονάδων της αποφέρει έσοδα $E(x) = x^3 - x^2 + 20x$ χιλιάδες ευρώ. Η βιομηχανία μπορεί να παράγει μέχρι 20 μονάδες αυτού του προϊόντος καθημερινά.

α) Ποια παραγωγή δίνει έσοδα 20.000 ευρώ;

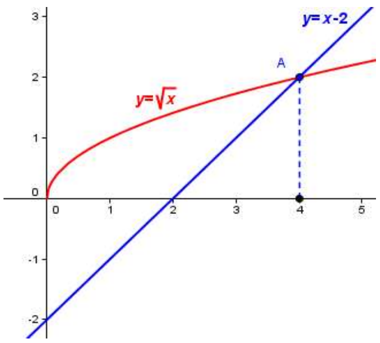
β) Πόσες μονάδες προϊόντος πρέπει να παράγει η βιομηχανία για να έχει κέρδος;

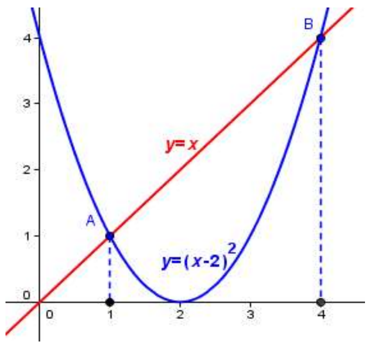
Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Να εξετάσετε αν η εξίσωση $x^3 + 2x - 2 = 0$ έχει ρίζα μεταξύ των αριθμών 0 και 1. Να προσδιορίσετε αυτή τη ρίζα με προσέγγιση εκατοστού, χρησιμοποιώντας υπολογιστή τσέπης. Μπορείτε με τον ίδιο τρόπο να διαπιστώσετε αν υπάρχει ρίζα της εξίσωσης μεταξύ των αριθμών 1 και 2;

§4.4 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Στην ενότητα αυτή επιλύονται εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές, όπως άρρητες και κλασματικές εξισώσεις και ανισώσεις. Να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι η ύψωση των μελών μιας εξίσωσης στο τετράγωνο δεν οδηγεί πάντα σε ισοδύναμη εξίσωση. Αυτό μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων που αναφέρονται στο παράδειγμα 2.





Προτείνεται να γίνει μια επιλογή από τις ασκήσεις 1 έως 5 της Α΄ Ομάδας.

Κεφάλαιο 5ο

(Προτείνεται να διατεθούν 26 διδακτικές ώρες)

§5.1 Προτείνεται να διατεθούν 8 ώρες

Η έννοια της εκθετικής μεταβολής που συνδέεται με σημαντικά φαινόμενα της πραγματικότητας, μπορεί να αποτελέσει την εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση. Αν και συχνά στα πραγματικά φαινόμενα που μελετάμε, οι τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι διακριτές (συχνά είναι φυσικοί αριθμοί), τέτοια φαινόμενα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μετάβαση στην εκθετική συνάρτηση, δηλαδή σε πεδίο ορισμού τους πραγματικούς. Η έμφαση στη διδασκαλία της εκθετικής συνάρτησης πρέπει να είναι στα προβλήματα και στις ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης όπως προκύπτουν από τη γραφική της παράσταση.

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα προβλήματα της Β΄ Ομάδας, με προτεραιότητα στις 6, 7 και 8.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Τα βακτήρια είναι πολύ μικροί, μονοκύτταροι οργανισμοί που είναι μακράν οι πιο πολυπληθείς οργανισμοί στη Γη, οι οποίοι αναπαράγονται μέσω μιας διεργασίας που ονομάζεται διχοτόμηση: ένα κύτταρο χωρίζεται στη μέση, σχηματίζοντας δύο "θυγατρικά κύτταρα". Ένα τέτοιο βακτήριο είναι η σαλμονέλα (salmonella), το οποίο σε θερμοκρασία περιβάλλοντος 35 ° C διαιρείται κάθε ώρα και σχηματίζονται δυο άλλα βακτήρια.

Ας υποθέσουμε ότι σε μια μερίδα τροφής υπάρχουν 100 βακτήρια σαλμονέλας και ότι η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι 35 ° C.

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Χρόνος (σε ώρες)	0	1	2	3	4	5
Αριθμός βακτηρίων	100					

β) Να αποτυπώσετε τα δεδομένα του πίνακα με σημεία σε κατάλληλο σύστημα ορθογωνίων αξόνων. Η σχέση μεταξύ του αριθμού των βακτηρίων και χρόνου είναι γραμμική; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να εκτιμήσετε το χρόνο που θα υπάρχουν α) 1200 βακτήρια , β) 4.550 βακτήρια και γ) περισσότερα από 7.200 βακτήρια στη μερίδα τροφής.

δ) Να γράψετε μια σχέση που να εκφράζει το πλήθος των βακτηρίων σαλμονέλας ως συνάρτηση του χρόνου . Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης ;

ε) Μπορούμε να υπολογίσουμε ανά πάσα χρονική στιγμή τον πληθυσμό των βακτηρίων; Θα είχαν νόημα για το συγκεκριμένο πρόβλημα οι αρνητικές τιμές για α) για το χρόνο και β) για τον πληθυσμό των βακτηρίων;

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Να δοθούν οι γραφικές παραστάσεις των ακόλουθων ομάδων συναρτήσεων. Να ζητηθεί από τους μαθητές να συγκρίνουν τα γραφήματά τους και να προσδιορίσουν τυχόν ομοιότητες και διαφορές που αφορούν α) το πεδίο ορισμού, β) το σύνολο τιμών, γ) τα σημεία τομής με τους άξονες, δ) τη μονοτονία, ε) τις ασύμπτωτες και στ) τη συμμετρία.

- $f_1(x) = 2^x, \quad f_2(x) = 3 \cdot 2^x, \quad f_3(x) = -3 \cdot 2^x, \quad f_4(x) = 4 \cdot 2^x$.

- $f(x)=2^x$, $g(x)=\frac{1}{4}\cdot 2^x$.
- $f_1(x)=2^x$, $f_2(x)=2^x+3$, $f_3(x)=2^{x-3}$, $f_4(x)=2^{x-3}+3$
- $f(x)=2^x, g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

§5.2 Προτείνεται να διατεθούν 9 ώρες

Η κατανόηση των λογαρίθμων και των ιδιοτήτων τους μπορεί να στηριχτεί στον ορισμό του λογαρίθμου και στις ήδη γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων. Μια προσπάθεια απομνημόνευσης τύπων και τεχνασμάτων χωρίς νόημα δεν είναι μαθησιακά αποδοτική και δεν ενθαρρύνεται. Έμφαση πρέπει να δοθεί στα παραδείγματα 1 και 2 που περιγράφουν την κλίμακα Richter για τη μέτρηση των σεισμών και το pH για την οξύτητα ενός διαλύματος.

Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις της Α΄ Ομάδας με έμφαση στα προβλήματα και να μη γίνουν οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Για απλό ήχο δεδομένης έντασης Ι, η ένταση του υποκειμενικού αισθήματος που αντιλαμβάνεται κάποιος ακροατής ονομάζεται ακουστότητα L του ήχου. Για την ακουστότητα L χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης το 1 decibel και για την ένταση Ι το watt/m^2.

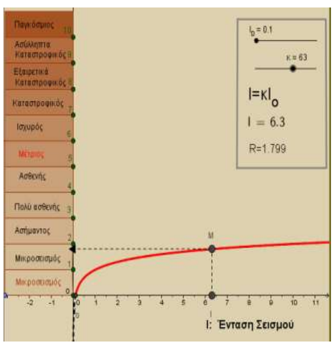
Έχει βρεθεί πειραματικά ότι η ακουστότητα L σχετίζεται με την ένταση Ι με λογαριθμικό τρόπο , σύμφωνα με τον τύπο $L=10\cdot\log\frac{I}{I_0}$, όπου I_0 η μικρότερη ένταση ήχου που μπορεί να ακούσει το αυτί του ανθρώπου, και είναι περίπου ίση με 10^{-12} watt/m^2. Να υπολογίσετε την ακουστότητα απλού ήχου έντασης: α) 10^{-6}watt/m^2 και β) δεκαπλάσιας από το I_0.

§5.3 Προτείνεται να διατεθούν 9 ώρες

Κατ' αντιστοιχία με την εκθετική συνάρτηση, έμφαση θα πρέπει να δοθεί σε προβλήματα και στις ιδιότητες της λογαριθμικής συνάρτησης όπως προκύπτουν από τη γραφική της παράσταση.

Θα διδαχθούν μόνο οι συναρτήσεις f(x)=logx και f(x)=lnx. Ωστόσο, για λόγους κατανόησης της σχέσης με την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση, θα μπορούσαν αν αναφερθούν και οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση α, με 0<α<1, σε αυτή την περίπτωση όμως, θα πρέπει να επισημανθεί ότι η διδακτέα ύλη περιορίζεται στις f(x)=logx και f(x)=lnx. Προτείνεται να συζητηθούν μόνο οι ασκήσεις: 2, 4, 5, 7 και 8 της Α΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:



Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα « Λογαριθμική μεταβολή – Κλίμακα Richter» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση της λογαριθμικής μεταβολής. Με τη βοήθεια του λογισμικού, οι μαθητές από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης του μεγέθους ενός σεισμού σε κλίμακα Richter ως προς την έντασή του, δημιουργούν εικασίες σχετικά με τη σχέση που έχουν αυτά τα δύο μεγέθη και τις αποδεικνύουν αλγεβρικά. Στη

συνέχεια, συγκρίνουν τις εντάσεις σεισμών που έχουν συμβεί στο παρελθόν και λύνουν τα προβλήματα γραφικά και αλγεβρικά.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5240

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Βιβλίο:

«**Ευκλείδεια Γεωμετρία Β΄ ΓΕ.Λ. Τεύχος Β΄**» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

Διδακτέα ύλη

Κεφ. 7ο: Αναλογίες
7.1 Εισαγωγή
7.4 Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα – Αναλογίες
7.5 Μήκος ευθύγραμμου τμήματος
7.6 Διαίρεση τμημάτων εσωτερικά και εξωτερικά ως προς δοσμένο λόγο (μόνο οι ορισμοί της διαίρεσης ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ από σημείο Μ εσωτερικά ή εξωτερικά)
7.7 Θεώρημα του Θαλή (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και του Πορίσματος, χωρίς το πρόβλημα 2 και χωρίς τους ορισμούς «συζυγή αρμονικά» και «αρμονική τετράδα»)

Κεφ. 8ο: Ομοιότητα
8.1 Όμοια ευθύγραμμα σχήματα
8.2 Κριτήρια ομοιότητας (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων I, II και III και τις εφαρμογές 1 , 2 και 3)

Κεφ. 9ο: Μετρικές σχέσεις
9.1 Ορθές προβολές
9.2 Το Πυθαγόρειο θεώρημα
9.3 Γεωμετρικές κατασκευές
9.4 Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (χωρίς την απόδειξη των θεωρημάτων I και II και χωρίς την εφαρμογή 2)

Οδηγίες διδασκαλίας
Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.
Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη **(πανδημία Covid-19)**, προτείνονται τα παρακάτω:
Ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/τρια. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Για τη Γεωμετρία της Γ' Λυκείου, επειδή αποτελεί συνέχεια της Γεωμετρίας της Β' Λυκείου, η σειρά διδασκαλίας είναι προκαθορισμένη (με βάση τα δύο τεύχη του σχολικού βιβλίου), αν και η έμφαση που δίνεται σε κάθε κεφάλαιο μπορεί να διαφέρει.
Για επανάληψη και συμπληρώσεις προτείνεται να αφιερωθούν 3 ώρες. Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/τριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλη της προηγούμενης τάξης.

Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες με τις προσαρμογές που θα κάνει ο/η εκπαιδευτικός σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

Κεφάλαιο 7ο (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες).
Προτείνεται να γίνει σύντομη αναφορά στις ιδιότητες των αναλογιών και να δοθεί έμφαση στο Θεώρημα του Θαλή. Μέσω παραδειγμάτων επιδιώκεται να κατανοήσουν οι μαθητές ότι ζεύγη ευθυγράμμων τμημάτων διαφορετικών μηκών είναι δυνατόν να έχουν τον ίδιο λόγο. Μεταξύ των στόχων διδασκαλίας είναι οι μαθητές/ήτριες να εφαρμόζουν το Θεώρημα του Θαλή, σε δοσμένα σχήματα, ή σε σχήματα που χρειάζεται να σχεδιαστούν βοηθητικές ευθείες, καθώς και να αναδειχθούν οι εφαρμογές του Θεωρήματος σε τρίγωνα και τραπέζια.
Στο Κεφάλαιο 7 δεν θα συζητηθούν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις.

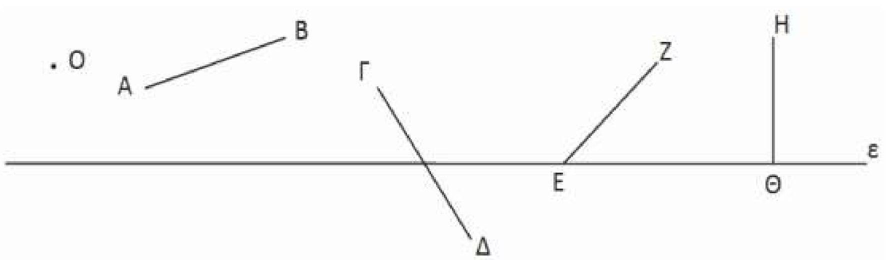
Κεφάλαιο 8ο (Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες).
Να δοθεί έμφαση στα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων.
Στόχοι είναι οι μαθητές:
- ✓ Να κατανοήσουν τη λειτουργία κριτηρίων ομοιότητας, που όπως και τα κριτήρια ισότητας, με λιγότερες προϋποθέσεις από τον ορισμό μπορούμε να αποφανθούμε για την ομοιότητα δύο τριγώνων.
- ✓ Να συσχετίσουν την ισότητα με την ομοιότητα τριγώνων και να εντοπίσουν διαφορές.
- ✓ Να αξιοποιήσουν την ομοιότητα στην επίλυση προβλημάτων όπως η εφαρμογή 2 της παραγράφου 8.2.

Στο Κεφάλαιο 8 δεν θα συζητηθούν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα και οι γενικές ασκήσεις.

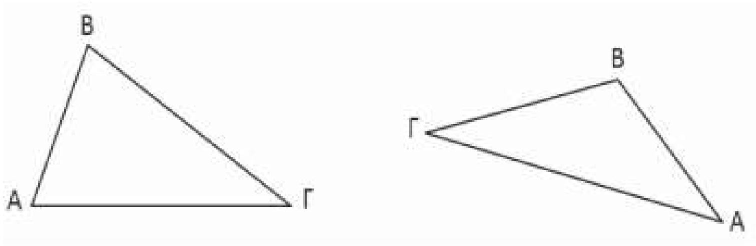
Κεφάλαιο 9ο (Προτείνεται να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)
§9.1-9.3
Στόχοι της διδασκαλίας είναι οι μαθητές:
- ✓ Να μπορούν να σχεδιάζουν ορθές προβολές.
- ✓ Να ερμηνεύουν τις μετρικές σχέσεις με προβολές της &9.2 ως αποτέλεσμα ομοιότητας τριγώνων και να τις χρησιμοποιούν σε επίλυση προβλημάτων.
- ✓ Να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του στην επίλυση προβλημάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό η έμφαση σε ασκήσεις αλγεβρικού χαρακτήρα δε συνεισφέρει στην κατανόηση της Γεωμετρίας.
Στην παράγραφο 9.3 είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1</u>:
Να κατασκευάσετε ορθές προβολές
α) του Ο, των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ στην ευθεία ε και
β) της ΑΒ πάνω στην ΒΓ
στα δύο παρακάτω σχήματα.



(α)

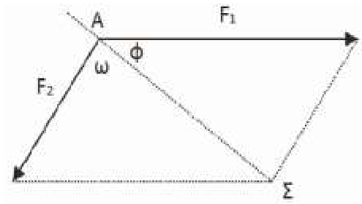


(β)

§9.4

Στόχοι είναι οι μαθητές να χρησιμοποιούν το Γενικευμένο Πυθαγόρειο Θεώρημα για να διακρίνουν αν ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο, ορθογώνιο ή αμβλυγώνιο και να χρησιμοποιούν το νόμο των συνημιτόνων σε επίλυση προβλημάτων. Προτείνεται όμως, να μην αναλωθεί επιπλέον διδακτικός χρόνος για επίλυση ασκήσεων αλγεβρικού τύπου.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:



Ένα πλοίο κινείται με κατεύθυνση από το Α προς το Σ. Από τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση Α και μέχρι την ολοκλήρωση της πορείας του, ασκούνται σε αυτό πλαγιομετωπικοί άνεμοι που το ωθούν με δύναμη μέτρου F_2 που σχηματίζει γωνία ω με την επιθυμητή πορεία πλεύσης. Ο καπετάνιος, προκειμένου να διατηρήσει σταθερή την πορεία, δίνει εντολή να στραφεί το πηδάλιο κατά φ μοίρες. Αν οι προπέλες ωθούν το πλοίο με σταθερή δύναμη μέτρου F_1 μπορείτε να περιγράψετε έναν τρόπο με τον οποίο μπορεί να προσδιοριστεί η γωνία φ;

Στο Κεφάλαιο 9 δεν θα συζητηθούν σύνθετα θέματα και γενικές ασκήσεις

Δ΄ ΤΑΞΗ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Η διδακτέα-εξεταστέα ύλη του Πανελλαδικώς εξεταζόμενου μαθήματος «Μαθηματικά (Άλγεβρα)» ορίστηκε με την υπ΄ αριθ. 103626 /Δ3 /25-08-2021 (Φ.Ε.Κ. 3962/τ.Β΄/30-08-2021) Υπουργική Απόφαση, με την οποία καθορίστηκε η διδακτέα-εξεταστέα ύλη των Πανελλαδικώς εξεταζόμενων μαθημάτων Δ΄ τάξης του Λυκείου των Ενιαίων Ειδικών Επαγγελματικών Γυμνασίων - Λυκείων (ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.) για το σχ. έτος 2021-22.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Βιβλίο

«**Ευκλείδεια Γεωμετρία Β΄ ΓΕΛ, Τεύχος Β΄**» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

Διδακτέα ύλη

Κεφ. 10ο: Εμβαδά

10.1. Πολυγωνικά χωρία

10.2. Εμβαδόν ευθύγραμμου σχήματος - Ισοδύναμα ευθύγραμμα σχήματα

10.3. Εμβαδόν βασικών ευθύγραμμων σχημάτων (χωρίς την απόδειξη των θεωρημάτων I και II)

10.4. Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου (να διδαχθεί μόνο ο τύπος του Ήρωνα χωρίς την απόδειξή του)

10.5. Λόγος εμβαδών όμοιων τριγώνων – πολυγώνων (χωρίς τις αποδείξεις των Θεωρημάτων)

Κεφ. 11ο: Μέτρηση Κύκλου

11.1. Ορισμός κανονικού πολυγώνου

11.2. Ιδιότητες και στοιχεία κανονικών πολυγώνων (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και του Πορίσματος)

11.3. Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο και στοιχεία τους (χωρίς τις εφαρμογές 2,3)

11.4. Προσέγγιση του μήκους του κύκλου με κανονικά πολύγωνα

11.5. Μήκος τόξου

11.6. Προσέγγιση του εμβαδού κύκλου με κανονικά πολύγωνα

11.7. Εμβαδόν κυκλικού τομέα και κυκλικού τμήματος

Οδηγίες διδασκαλίας

Ειδικά για το σχολικό έτος 2021–22, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη (πανδημία Covid-19), προτείνονται τα παρακάτω:

Ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του/της ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει τις μαθησιακές ανάγκες/ελλείψεις των μαθητών/ριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/τρια. Για τη Γεωμετρία της Γ' τάξης, επειδή αποτελεί συνέχεια της Γεωμετρίας της Β' τάξης, η σειρά διδασκαλίας είναι προκαθορισμένη (με βάση το σχολικό βιβλίο), αν και η

έμφαση που δίνεται σε κάθε κεφάλαιο μπορεί να διαφέρει. Γενικά, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει ανάγκη στη Δ΄ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ. να συζητηθούν επιπλέον (από την ύλη της Γ΄) οι έννοιες και οι σχέσεις που περιέχονται στα κεφάλαια 8 και 9 (Ομοιότητα τριγώνων που θα αξιοποιηθεί στις παραγράφους 10.5-10.6, Μετρικές σχέσεις). Τα κεφάλαια αυτά προτείνεται να διδαχτούν συνοπτικά στην αρχή του σχολικού έτους, δίνοντας έμφαση στον μαθηματικό συλλογισμό/αιτιολόγηση, αλλά και σε υπολογιστικά προβλήματα, όπως, για παράδειγμα, είναι η εφαρμογή 2, οι ερωτήσεις κατανόησης 3, 4, 5 και η αποδεικτική άσκηση 1 της παρ. 8.2, και αντίστοιχα έργα των άλλων παραγράφων ("έργα" μπορεί να είναι ασκήσεις, ερωτήσεις, προβλήματα, εφαρμογές, εργασίες κ.λπ. οι οποίες απευθύνονται στους μαθητές με στόχο την ανάπτυξη κάποιου τύπου δραστηριότητας, όπως η διερεύνηση, η αιτιολόγηση, η συζήτηση κ.λπ.). Ο συνολικός χρόνος που θα αφιερωθεί για την κάλυψη των αναγκών από την Γ΄ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ. δεν προτείνεται να υπερβεί τις 4 εβδομάδες. Ωστόσο, η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/τριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλης της προηγούμενης τάξης (Γ΄ ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ.).
Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες με τις προσαρμογές που θα κάνει ο/η εκπαιδευτικός, σύμφωνα με τα προαναφερθέντα. Γενικά, η διδασκαλία της Γεωμετρίας στη Δ΄ τάξη των ΕΝ.Ε.Ε.ΓΥ.-Λ. θα πρέπει να προσανατολίζεται κυρίως στην αξιοποίηση των σημαντικότερων εννοιών και συμπερασμάτων στην επίλυση προβλημάτων υπολογισμού και σχέσεων (εμβαδών, μηκών, γωνιών).

Κεφάλαιο 10ο: (Προτείνεται να διατεθούν 10 ώρες)

§10.1-10.3

Κατά την κρίση του εκπαιδευτικού, στις διαθέσιμες ώρες προτείνεται να υλοποιηθούν η δραστηριότητα και οι 3 εφαρμογές (με την παρατήρηση της 2) της παραγράφου 10.3.
Θα μπορούσε να ανατεθεί ως δραστηριότητα η απόδειξη του Πυθαγορείου θεωρήματος μέσω εμβαδών, όπως παρατίθεται στα στοιχεία του Ευκλείδη και αναφέρεται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του κεφαλαίου.
Προτείνονται επίσης:

- Οι ερωτήσεις κατανόησης
- Από τις ασκήσεις εμπέδωσης οι 3 και 6
- Από τις αποδεικτικές ασκήσεις οι 1 και 8.

Προτείνεται να μη διδαχθούν τα σύνθετα θέματα.

§10.4

Χρειάζεται να εξηγηθεί ο συμβολισμός της ημιπεριμέτρου.
Προτείνονται:

- Οι ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2.
- Από τις ασκήσεις εμπέδωσης οι 1 και 3.

Προτείνεται να μη διδαχθούν τα σύνθετα θέματα.

§10.5-10.6

Προτείνονται:

- Οι ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2.
- Από τις ασκήσεις εμπέδωσης οι 1, 2 και 3.

Προτείνεται να μη διδαχθούν τα σύνθετα θέματα.

Κεφάλαιο 11ο: (Προτείνεται να διατεθούν 15 ώρες)

§11.1-11.2

Στην παράγραφο 11.1 μπορεί να γίνει μία υπενθύμιση της έννοιας του κυρτού πολυγώνου και των στοιχείων του, όπως αναφέρεται στην παράγραφο 2.20 που είναι εκτός της ύλης της Α΄ Τάξης.

Προτείνεται να συζητηθεί η παρατήρηση και το σχόλιο της παραγράφου 11.2 (που χρειάζονται για την επόμενη παράγραφο).
Μπορεί να γίνει μία αναφορά στο ρόλο των κανονικών πολυγώνων στη φύση, την τέχνη και τις επιστήμες.
Προτείνεται να μη διδαχθούν οι αποδεικτικές ασκήσεις και τα σύνθετα θέματα.

§11.3

Βάσει του σχολίου και της παρατήρησης της προηγούμενης παραγράφου, οι μαθητές/ριες μπορούν να προτείνουν τρόπους για την εγγραφή των βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο.
Προτείνεται να μη διδαχθούν οι αποδεικτικές ασκήσεις και τα σύνθετα θέματα.

§11.4-11.7

Οι παράγραφοι αυτές μπορούν να αξιοποιηθούν για μια ομαλή εισαγωγή των μαθητών και των μαθητριών στις άπειρες διαδικασίες.
Προτείνεται να μη διδαχθούν τα σύνθετα θέματα.